نام و نام خانوادگی ...ملیکا مرمحمود... ۱۴/۷۵ پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۴... کلاس ...هندسه...

۱

$f(3)=f'(3)=5$ $\quad$ $\frac{5-1}{3}=\frac{4}{3}$ $\quad$ $y=\frac{4}{3}x+1$ $\quad$ $f'(3)=5$ $\quad$ ۲

$f(x)=\sqrt{ax-1}$ $\xrightarrow{\text{شیب خط مماس}}$ $f'(x)=\frac{a}{2\sqrt{ax-1}}$ $\rightarrow$ $\frac{a}{2\sqrt{ax-1}}=\frac{1}{3}$ $\rightarrow$ $3a=2\sqrt{ax-1}$ (I)

معادله خط گذرنده از ۲ نقطه: $y=\frac{1}{3}x+\frac{4}{3}$ $\rightarrow$ $3y=x+4$ $\rightarrow$ $x+4=3\sqrt{ax-1}$ (II)

۲

$m=\frac{2-1}{2-(-1)}=\frac{1}{3}$ مشتق $\xrightarrow{f'(x)}$ $\frac{a}{2\sqrt{ax-1}}$ $\rightarrow$ $\frac{a}{2\sqrt{-a-1}}=1$ $\rightarrow$ $a^2=4(-a-1)$, $a=-2$ $\quad$ ۱

$\frac{a}{2\sqrt{2a-1}}=2$ $\quad$ $16(2a-1)=a^2$ $\quad$ $32a-16$ $\quad$ $a^2-32a+16=0$ $\quad$ $64-12=(48)$ $\quad$ $\frac{8\pm\sqrt{48}}{2}=a$

$\xrightarrow{I, II}$ $x+4=(\frac{3a}{2})^2=\frac{9a}{4}$ $\rightarrow$ $x=2.25a-4$

$\xrightarrow{II}$ $2.25a-4+4=3\sqrt{a(2.25a-4)-1}$ $\rightarrow$ $9a^2-16a-4=0$ $\rightarrow$ $\{a=2,\ a=-\frac{2}{9}$ $\quad$ $f(5)=\sqrt{2(5)-1}=\sqrt{9}=3$

۳

مشتق $\frac{2x^2+mx^2+3m+...-1(x^2+mx+1)}{(x+3)^2}$ $(x=1)$ $\quad$ $f'(1)=3/4$ $\quad$ ۱٫۵

$\frac{x^2+6x+3m-1}{9x^2+6x+9}=\frac{3}{4}$ $\quad$ $\frac{6+2m}{16}=\frac{3}{4}$ $\quad$ $12=6+3m$ $\quad$ $m=2$

$y=\frac{3}{4}x+\frac{n}{4}$ $\rightarrow$ $\frac{3}{4}+\frac{n}{4}=\frac{2+m}{4}$ $\rightarrow$ $m-n=1$ $\rightarrow$ $n=1$ $\rightarrow$ جواب $\rightarrow$ $m+n=2+1=3$

۴

$f(x)=\frac{(3-\sin x)(\sin^2 x+9+3\sin x)}{(9-\sin^2 x)(3+\sin x)}=\frac{\sin^2x+9+3\sin x}{3+\sin x}$ $\quad$ $\cos\frac{\pi}{3}=-\frac{1}{2}$ $\quad$ ۲

$(3g-f)'=3g'-f'$

$\frac{9}{3+\sin x}-\frac{\sin^2x+9+3\sin x}{3+\sin x}=\frac{-\sin^2x-3\sin x}{3+\sin x}=\frac{-\sin x(\sin x+3)}{\sin x+3}=(-\sin x)'=-\cos x$

۵

$fog'(\frac{\pi}{4})$ $\quad$ $g(x)=\frac{1}{2x^5}$ $\quad$ $-9\sqrt{\frac{1}{x^5}}$ $\quad$ $(=-x)$ $\rightarrow$ (-1) جواب $\quad$ ۲

بر اساس $gof'(g(x))(fog)'x$ است پس حاصل $(fog)'(\frac{\pi}{4})$ را می‌خواهیم سهم اول fog را بر اساس

چون عدد ⊕ است ← از و $\frac{1}{2x^5}$ می‌آید دار f ، x- بیرون می‌آید که مشتق x- همان (-1) است

۶ (۲)

$f(x) = x\,g(x) + 1$

$g(x) = \dfrac{f(x)-1}{x} \rightarrow \lim_{x\to 0} g(x) = \dfrac{f(x)-1}{x} \xrightarrow{\frac{0}{0}\ \text{هوپ}} \dfrac{f'(0)}{1}$

$f'(x) = 2\left(\dfrac{-1+\sin x}{1+\sin x}\right)\left(\dfrac{\cos x(1+\sin x) - (\sin x - 1)\cos x}{(1+\sin x)^2}\right) = \dfrac{2\cos x}{(1+\sin x)^2}$

$x = 0 \rightarrow \quad 2 \quad f' \quad 2 \times -1 \times 2 \quad -4 \leftarrow b$

---

۷ (۲)

$y = k$

قرینه نسبت به $y = -x^2 - 1 \rightarrow -x^2 - 1 = k \sim -1 - k = x^2 \quad x = \pm\sqrt{-1-k}$

$f'(x) = -2x$ ⟨ $-2a$ ، $2a$ ⟩ عمود → $-4a^2 = -1 \quad a = \pm \frac{1}{2}$

نیست -۱ عمود (شیب‌ها)

$-1 - k = \frac{1}{4}$

$k = -\frac{5}{4}$

$-1 \rightarrow \frac{5}{4}$ ← فاصله خط تا مبدأ

---

۸ (۱/۷۵)

شیب $a = 12\sqrt{\frac{1}{4}}$

$y = ax$

$a = \dfrac{2}{2\sqrt{x}}(4x^2 + 3) + 8x \times 2\sqrt{x}$

$\dfrac{ax}{2\sqrt{x}} \times \dfrac{1}{\sqrt{x}} = \dfrac{a}{2}$

$ax = 2\sqrt{x}(4x^2 + 3)$

$4x^2 + 3 = \dfrac{ax}{2\sqrt{x}}$

$\dfrac{a}{2} = 4x \times 2\sqrt{x}$

$\dfrac{a}{2} = (4x^2 + 3)\dfrac{x}{\sqrt{x}}$

$8x^2\sqrt{x} + 2\sqrt{x}$

$m = \dfrac{4\left(\frac{1}{4}\right) + 3}{\sqrt{\frac{1}{4}}} = 8\sqrt{4}$

$x = \pm\frac{1}{2} \quad 12x^2 = 3 \qquad 12x^2 = 4x^2 + 3$

---

۹ (۰/۵)

$y = ax$

$f'(x) = \dfrac{\frac{1}{2\sqrt{x}}(-2x^2 + x + 1) + (-4x + 1)\sqrt{x}}{(-2x^2 + x + 1)^2} = a \qquad \dfrac{1}{2ax} +$

$\dfrac{x}{a^2 x^2 x}$

$\dfrac{\sqrt{x}}{-2x^2 + x + 1} = ax \qquad -2x^2 + x + 1 = \dfrac{\sqrt{x}}{ax}$

$f(\alpha) = \dfrac{\sqrt{\alpha}}{-2\alpha^2 + \alpha + 1} = a\alpha \rightarrow a\sqrt{\alpha}(-2\alpha^2 + \alpha + 1) = 1 \rightarrow -2a\alpha^{\frac{5}{2}} + a\alpha^{\frac{3}{2}} + a\alpha^{\frac{1}{2}} = 1 \qquad$ خط $\rightarrow y = ax \qquad A(\alpha, a\alpha)$

$\xrightarrow{\text{مشتق}} -5a\alpha^{\frac{3}{2}} + \frac{3}{2}a\alpha^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}a\alpha^{-\frac{1}{2}} = 0 \quad \xrightarrow[\times 2\sqrt{\alpha}]{\div a} -10\alpha^2 + 3\alpha + 1 = 0 \rightarrow \begin{cases} \alpha = -\frac{1}{5} \\ \alpha = \frac{1}{2} \end{cases} \quad f(\alpha) = \dfrac{\sqrt{\frac{1}{2}}}{-2\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} + 1} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

---

۱۰ (۰)

$f \circ g = \quad \left(f\circ g\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)\right)' = g'\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^- \times f'\left(g\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^-\right)$

$g(x) = (x^2 - 1)^{-\frac{1}{2}} \rightarrow g'(x) = \frac{-1}{2}(x^2 - 1)^{-\frac{3}{2}} \times 2x \rightarrow g'\left(\frac{\sqrt{5}}{2}^-\right) = \dfrac{1}{\sqrt{\left(\frac{5}{4}\right)^- - 1}} = \dfrac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^-}} = \dfrac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^-} = 2^+$

$f'(2^+) = \left((2x)^3\right)' = (8x^3)' = 24x^2 = 24 \times 4$

$\rightarrow g'\left(\frac{\sqrt{5}}{2}^-\right) \times f'\left(g\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^-\right) = -4\sqrt{5} \times 4 \times 24 \rightarrow \dfrac{24 \times 4 \times (-4\sqrt{5})}{-48\sqrt{5}} = 8$