جواب سوال ۵ ۱۵

$\sqrt{x}+|x| \qquad g(x)=\dfrac{1}{x^5+|x^5|}$

$g'(\sqrt[5]{3})\, f'(g(\sqrt[5]{3}))=? \longrightarrow x_0=\sqrt[5]{3}$ در fog مشتق

$\xrightarrow[fog]{\text{ضابطه}} \xrightarrow[x^5>0]{|x^5|=x^5} g(x)=\dfrac{1}{x^5+x^5}=\dfrac{1}{2x^5}$

$f(g(x))=f\left(\dfrac{1}{2x^5}\right)=\dfrac{-1}{\sqrt[5]{\dfrac{1}{2x^5}+\left|\dfrac{1}{2x^5}\right|}} \xrightarrow{\left|\frac{1}{2x^5}\right|=\frac{1}{2x^5}} f(g(x))=\dfrac{-1}{\sqrt[5]{\dfrac{1}{x^5}}}=-x \xrightarrow{\text{مشتق}} -1$

۲

← پس جواب (۱-) خواهد بود.

جواب سوال ۳ ← شیب خط مماس $y=\frac{3}{4}x+\frac{n}{4}$ در $x=1$ برابر $\frac{3}{4}$ است ← $f'(1)=\frac{3}{4}$

$f'(x)=\dfrac{(2x+m)(x+3)-(x^2+mx+1)(1)}{(x+3)^2} \Rightarrow f'(1)=\dfrac{(2+m)(4)-(2+m)(1)}{(1+3)^2}=\dfrac{(2+m)(4-1)}{16} \longrightarrow$

$\dfrac{3(2+m)}{16}=\dfrac{3}{4} \longrightarrow \boxed{m=2} \longrightarrow f(x)=\dfrac{x^2+2x+1}{x+3} \xrightarrow{f(1)} A(1,1)$

۲

$\xrightarrow[A(1,1)]{y=\frac{3}{4}x+\frac{n}{4}} 1=\dfrac{3}{4}+\dfrac{n}{4} \Rightarrow n=1 \longrightarrow \boxed{m+n=3}$

8
تحسین جهانی

جواب سوال ۲

$\xrightarrow[(-1,1)]{(2,2)} m=\dfrac{2-1}{2-(-1)}=\dfrac{1}{3} \longrightarrow$ معادله خط $= y-1=\dfrac{1}{3}(x+1) \Rightarrow y=\dfrac{x+4}{3}$

معادله تقاطع $\Rightarrow \dfrac{x+4}{3}=\sqrt{ax-1} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} \dfrac{(x+4)^2}{9}=ax-1 \longrightarrow x^2+8x+16=9a\,x-9 \longrightarrow x^2+(8-9a)x+25=0$

$\xrightarrow{\Delta=0} (8-9a)^2=100 \begin{cases} a=\dfrac{-2}{9} \longrightarrow \text{در } x=5 \text{ تعریف } f(x)=\sqrt{ax-1} \text{ نمی‌شود} \\ \boxed{a=2}\ \checkmark \end{cases}$

۲

$\xrightarrow{a=2} f(x)=\sqrt{2x-1} \longrightarrow f(5)=\sqrt{10-1}=3$

جواب سوال ۷ خط $y=k$ دارای است ← نقاط تلاقی $A(\sqrt{k-1},k)$ و $B(-\sqrt{k-1},k)$ هستند. شیب مماس بر A و B به ترتیب:

$f'(x_A)=2x_A=2\sqrt{k-1}$

$f'(x_B)=2x_B=-2\sqrt{k-1}$

$\longrightarrow (2\sqrt{k-1})(-2\sqrt{k-1})=-4(k-1)=-1 \longrightarrow \boxed{k=\dfrac{5}{4}}$

۲

← فاصله d از مبدأ مختصات همان k است ← $\boxed{k=\dfrac{5}{4}}$

8
تحسین جهانی

Scanned with CamScanner

جواب سوال ۸

$$y = ax \Longrightarrow ax = 2\sqrt{x}\,(4x^2+3) \longrightarrow a\sqrt{x} = 8x^2+6$$

$$\xrightarrow{\text{مشتق}} a = 20\,x\sqrt{x} + \frac{3}{\sqrt{x}} \longrightarrow 20\,x^2 + 3 = 8x^2 + 6 \longrightarrow x = \frac{1}{2}$$

۲

$$a = 8\sqrt{2}$$

تاریخ : ۱۴۰۴/۰۸/۲۷
نسخه مشتری
اعتباری

سوال ۱

$$\text{شیب خط مماس} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5-1}{3-0} = \frac{4}{3}$$

سوال ۴

$$3g'\left(\frac{5\pi}{3}\right) - f'\left(\frac{5\pi}{3}\right) = \left(3g(x) - f(x)\right)'\left(\frac{5\pi}{3}\right)$$

$$\to (3g - f)(x) = \left(\frac{9}{3+\sin x} - \frac{27-\sin^3 x}{9-\sin^2 x}\right) = \frac{9}{3+\sin x} - \frac{(3-\sin x)(9+\sin^2 x + 3\sin x)}{(3-\sin x)(3+\sin x)} = -\sin x$$

$$\to (3g-f)'(x) = -\cos x \to (3g-f)'\left(\frac{5\pi}{3}\right) = -\cos\left(\frac{5\pi}{3}\right) = \frac{-1}{2}$$

سوال ۶

$$f(x) = x\,g(x) + 1 \to g(x) = \frac{f(x)-1}{x} \to \lim_{x\to 0} g(x) = \frac{0}{0} \xrightarrow{hop} \frac{f'(0)}{1} = f'(0)$$

$$f(x) = \left(\frac{-1+\sin x}{1+\sin x}\right)^2 \to f'(x) = 2\left(\frac{\cos x\,(1+\sin x) - \cos x\,(-1+\sin x)}{(1+\sin x)^2}\right) \times \left(\frac{-1+\sin x}{1+\sin x}\right)$$

$$\to f'(0) = 2 \times \left(\frac{2}{1}\right) \times (-1) = -4$$

سوال ۹

خط $\to y = ax$ $\qquad A(\alpha, a\alpha)$

$$f(\alpha) = \frac{\sqrt{\alpha}}{-2\alpha^2+\alpha+1} = a\alpha \to a\sqrt{\alpha}\,(-2\alpha^2+\alpha+1) = 1 \to -2a\alpha^{\frac{5}{2}} + a\alpha^{\frac{3}{2}} + a\alpha^{\frac{1}{2}} = 1$$

$$\xrightarrow{\text{مشتق}} -5a\alpha^{\frac{3}{2}} + \frac{3}{2}a\alpha^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}a\alpha^{-\frac{1}{2}} = 0 \xrightarrow[\times 2\sqrt{\alpha}]{\div a} -10\alpha^2 + 3\alpha + 1 = 0 \to \begin{cases} \alpha = \frac{-1}{5} \\ \alpha = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$f(\alpha) = \frac{\sqrt{\frac{1}{2}}}{-2\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} + 1} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

سوال ۱۰

$$\left(fog\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)\right)' = g'\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^- \times f'\left(g\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^-\right)$$

$$g(x) = (x^2-1)^{-\frac{1}{2}} \to g'(x) = \frac{-1}{2}(x^2-1)^{-\frac{3}{2}} \times 2x \to g'\left(\frac{\sqrt{5}}{2}^-\right) = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{5}{4}\right)^- - 1}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^-}} = \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^-} = 2^+$$

$$f'(2^+) = \left((2x)^3\right)' = (8x^3)' = 24x^2 = 24 \times 4$$

$$\to g'\left(\frac{\sqrt{5}}{2}^-\right) \times f'\left(g\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^-\right) = -4\sqrt{5} \times 4 \times 24 \longrightarrow \frac{24 \times 4 \times (-4\sqrt{5})}{-48\sqrt{5}} = 8$$