نام و نام خانوادگی ...سیده ثنا بنی طبا... ۲۰ پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۲۴... کلاس ...یازدهم دختر A...

۱

خط بر تابع f مماس است $\Leftarrow$

$f(۳) = ۳a+۱$

$f'(۳) = a$

خط مماس: $ax+b \to ax+۱$

نقطه‌ی $(۳،۵)$ روی تابع f و خط وجود دارد. $\Rightarrow ۳a+۱=۵$ $\quad a=\frac{۴}{۳}$

$\Rightarrow f'(۳)=\frac{۴}{۳}$

۲

۲

با دو نقطه می‌توان معادله‌ی خط مماس را نوشت:

$m=\frac{۲-۱}{۲+۱}=\frac{۱}{۳}$ $\quad y=\frac{۱}{۳}x+b \ (۲,۲) \to y=\frac{۱}{۳}x+\frac{۴}{۳}$

تساوی باید $\Delta=۰$ و ریشه‌ی مضاعف داشته باشد:

$\frac{۱}{۳}x+\frac{۴}{۳}=\sqrt{ax-۱} \longrightarrow ۹(ax-۱)=(x+۴)^۲$

$۹ax-۹=x^۲+۸x+۱۶ \longrightarrow x^۲+(۸-۹a)x+۲۵=۰$ $\quad b^۲-۴ac=۰$ $\quad b^۲=۴ac \to b=\pm۱۰$

$۸-۹a=۱۰ \to a=-\frac{۲}{۹}$ $\quad f(۵)=\sqrt{-\frac{۲}{۹}\times۵-۱} \longrightarrow$ غ‌ق‌ق

$۸-۹a=-۱۰ \to a=۲$ $\quad f(۵)=\sqrt{۲\times۵-۱}=\boxed{۳} \longrightarrow$ ق‌ق

۲

۳

$f'(۱)=g'(۱)$ $\quad f(x)=\frac{x^۲+mx+۱}{x+۳}$ $\quad g(x)=\frac{۳}{۴}x+\frac{n}{۴}$

$g(۱)=f(۱)$

$f'(۱)=\frac{(۲x+m)(۴)-(۱)(۲+m)}{۴\times۴}=\frac{۳}{۴} \Rightarrow m=۲$ $\quad f(x)=\frac{x^۲+۲x+۱}{x+۳}$

۲

$f(۱)=۱=\frac{۳}{۴}+\frac{n}{۴} \Rightarrow n=۱$

$m+n=\boxed{۳}$

۴

$f(x)=\frac{\cancel{(۳-\sin x)}(۹+\sin^۲x+۳\sin x)}{\cancel{(۳-\sin x)}(۳+\sin x)}=\frac{\sin^۲x+۳\sin x+۹}{۳+\sin x}$ $\quad g(x)=\frac{۳}{۳+\sin x}$

$۳g'(\frac{۵\pi}{۳})-f'(\frac{۵\pi}{۳})=\left(۳g(\frac{۵\pi}{۳})-f(\frac{۵\pi}{۳})\right)'=\frac{۹}{۳+\sin x}-\frac{\sin^۲x+۳\sin x+۹}{۳+\sin x}=$

۲

$\frac{-\sin^۲x-۳\sin x}{۳+\sin x}=\frac{-\sin x(\sin x+۳)}{۳+\sin x}=-\sin x \xrightarrow{\text{مشتق}} -\cos x=-\cos(\frac{۵\pi}{۳})=$

$-\frac{۱}{۲}$

۵

x مثبت است پس قدرمطلق را برمی‌داریم:

$g'(\sqrt[۵]{۳})\times f'(g(\sqrt[۵]{۳}))=(fog)'(\sqrt[۵]{۳})$

$fog(x)=\frac{-۱}{\sqrt[۵]{\frac{۱}{x^۵+|x^۵|}+\frac{۱}{|x^۵+|x^۵||}}}=\frac{-۱}{\sqrt[۵]{\frac{۲}{۲x^۵}}}=\frac{-۱}{\frac{۱}{x}}=-x$

۲

$\Rightarrow (fog)'(x)=-۱$ $\quad \Rightarrow (fog)'(\sqrt[۵]{۳})=\underline{-۱}$

۶

$f(x)=xg(x)+1 \qquad g(x)=\frac{f(x)-1}{x}$

$\lim\limits_{x\to0} g(x)=\frac{\left(\frac{-1+\sin x}{1+\sin x}\right)^2-1}{x}=\frac{0}{0}\xrightarrow{\text{قاعده اپیتال}}\frac{2\times\left(\frac{\sin x-1}{\sin x+1}\right)\times\frac{2\cos x}{(\sin x+1)^2}}{1}=2\times(-1)\times2=-4$

مشتق کسر از $\left(\frac{\sin x-1}{\sin x+1}\right)^2$ $\to$ توان $\times\left(\frac{\sin x-1}{\sin x+1}\right)\times$ مشتق شکل / هموگرافیک $\times$ مشتق صورت

۲

۷

$y=x \qquad f(x)=-x^2-1 \qquad f'(x)=-2x$

$\begin{vmatrix}\alpha\\-\alpha^2-1\end{vmatrix}\ \begin{vmatrix}-\alpha\\-\alpha^2-1\end{vmatrix}$

شیب $=-2\alpha \qquad 2\alpha$

$m_1\times m_2=-1\Rightarrow -4\alpha^2=-1\Rightarrow\alpha=\pm\frac{1}{2}$

$f\left(\frac{1}{2}\right)=-\frac{1}{4}-1=\frac{-5}{4}$

۲

فاصله خط از مبدأ مختصات $=\frac{5}{4}$

۸

$f(x)=g(x) \qquad f(x)=2\sqrt{x}\,(4x^2+3) \qquad g(x)=ax$

$f'(x)=g'(x)$

$f'(x)=8\times x^{\frac{3}{2}}\times\frac{5}{2}+6\times\frac{1}{2}\times x^{-\frac{1}{2}}$

$8\sqrt{x}\,x^2+6\sqrt{x}=ax$

$=20x\sqrt{x}+\frac{3}{\sqrt{x}}=a\Rightarrow a\sqrt{x}=20x^2+3$

$a\sqrt{x}=20x^2+3$

$20\cancel{\sqrt{x}}x^2+3\cancel{\sqrt{x}}=8\cancel{\sqrt{x}}x^2+6\cancel{\sqrt{x}}$

d شیب $=a=8\sqrt{2}$

$x=\pm\frac{1}{2}\longrightarrow x=-\frac{1}{2}$ غ ق ق $\Rightarrow x=\frac{1}{2}\xrightarrow{\text{جایگذاری}}a=8\sqrt{2}$

۲

۹

$d\to y=ax$

$f(m)=g(m) \qquad \frac{\sqrt{m}}{-2m^2+m+1}=am\Rightarrow a\sqrt{m}\,(-2m^2+m+1)=1$

$f'(m)=g'(m) \qquad \xrightarrow{\text{مشتق}} -5m^{\frac{3}{2}}+\frac{3}{2}m^{\frac{1}{2}}+\frac{1}{2}m^{-\frac{1}{2}}=0$

۲

$-5m\sqrt{m}+\frac{3}{2}\sqrt{m}+\frac{1}{2\sqrt{m}}=0 \qquad m=-\frac{1}{5}$ غ ق ق

$m=\frac{1}{2}$ ق ق $\qquad f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{-2\left(\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{2}+1}=\boxed{\frac{1}{\sqrt{2}}}$

۱۰

$g'\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)\times f'\left(g\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)\right)=$

$g'(x)=\frac{-2x}{(2\sqrt{x^2-1})(x^2-1)}=\frac{-x}{(\sqrt{x^2-1})(x^2-1)} \qquad g'\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)=-4\sqrt{5}$

۲

$g\left(\frac{\sqrt{5}}{2}^-\right)=\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{5}{4}\right)^- -1}}=2^+ \qquad f'(2^+)=(2x)^3\Rightarrow 3\times2\times(2x)^2=\underbrace{3\times2}_{6}\times16=96$

$\frac{-96\times4\sqrt{5}}{-48\sqrt{5}}=\boxed{8}$