نام و نام خانوادگی ...سپیده [illegible]... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۲۴... کلاس ...یازدهم دختر A...

۱

خط مماس: $ax+b \to ax+1$

نقطه‌ی $(3,5)$ روی تابع f و خط وجود دارد. $\Rightarrow 3a+1=5$, $a=\frac{4}{3}$

خط بر تابع f مماس است ⇐

$f(3)=3a+1$

$f'(3)=a$

$\Rightarrow f'(3)=\frac{4}{3}$

۲

با دو نقطه می‌توان معادله‌ی خط مماس را فهمید: $m=\frac{2-1}{2+1}=\frac{1}{3}$ $\quad y=\frac{1}{3}x+b \xrightarrow{(2,2)} y=\frac{1}{3}x+\frac{4}{3}$

تساوی باید $\Delta=0$ و ریشه‌ی مضاعف داشته باشد: $\frac{1}{3}x+\frac{4}{3}=\sqrt{ax-1} \to 9(ax-1)=(x+4)^2$

$9ax-9=x^2+8x+16 \to x^2+(8-9a)x+25=0 \quad b^2-4ac=0 \quad b^2=4ac \to b=\pm 10$

$8-9a=10 \to a=-\frac{2}{9} \quad f(5)=\sqrt{-\frac{2}{9}\times 5-1} \to$ غ ق ق

$8-9a=-10 \to a=2 \quad f(5)=\sqrt{2\times 5-1}=\boxed{3} \to$ ق ق

۳

$f'(1)=g'(1) \quad f(x)=\frac{x^2+mx+1}{x+3} \quad g(x)=\frac{3}{4}x+\frac{n}{4}$

$g(1)=f(1)$

$f'(1)=\frac{(2x+m)(4)-(1)(2+m)}{4\times 4}=\frac{3}{4} \Rightarrow m=2 \quad f(x)=\frac{x^2+2x+1}{x+3}$

$f(1)=1=\frac{3}{4}+\frac{n}{4} \Rightarrow n=1$

$m+n=\boxed{3}$

۴

$f(x)=\frac{(\cancel{3-\sin x})(9+\sin^2 x+3\sin x)}{(\cancel{3-\sin x})(3+\sin x)}=\frac{\sin^2 x+3\sin x+9}{3+\sin x} \quad g(x)=\frac{3}{3+\sin x}$

$3g'\left(\frac{5\pi}{3}\right)-f'\left(\frac{5\pi}{3}\right)=\left(3g\left(\frac{5\pi}{3}\right)-f\left(\frac{5\pi}{3}\right)\right)'=\frac{9}{3+\sin x}-\frac{\sin^2 x+3\sin x+9}{3+\sin x}=$

$\frac{-\sin^2 x-3\sin x}{3+\sin x}=\frac{-\sin x(\sin x+3)}{3+\sin x}=-\sin x \xrightarrow{\text{مشتق}} -\cos x=-\cos\left(\frac{5\pi}{3}\right)=$

$-\frac{1}{2}$

۵

x مثبت است پس قدرمطلق را برمی‌داریم: $g'(\sqrt[5]{3})\times f'(g(\sqrt[5]{3}))=(f\circ g)'(\sqrt[5]{3})$

$f\circ g(x)=\frac{-1}{\sqrt[5]{\frac{1}{x^5+|x^5|}+\frac{1}{|x^5+|x^5||}}}=\frac{-1}{\sqrt[5]{\frac{2}{2x^5}}}=\frac{-1}{\frac{1}{x}}=-x$

$\Rightarrow (f\circ g)'(x)=-1 \quad \Rightarrow (f\circ g)'(\sqrt[5]{3})=-1$

$f(x)=xg(x)+1 \qquad g(x)=\frac{f(x)-1}{x}$ $\lim\limits_{x\to 0} g(x)=\frac{\left(\frac{-1+\sin x}{1+\sin x}\right)^2-1}{x}=\frac{0}{0}\xrightarrow{\text{رفع ابهام}}\frac{2\times\left(\frac{\sin x-1}{\sin x+1}\right)\times\frac{2\cos x}{(\sin x+1)^2}}{1}=2\times(-1)\times 2=-4$ از $\left(\frac{\sin x-1}{\sin x+1}\right)^2$ مشتق میگیریم $\to$ توان $\times\left(\frac{\sin x-1}{\sin x+1}\right)\times$ مشتق کسر / عکس ترکیب $\times$ مشتق صورت	۶
$y=x \qquad f(x)=-x^2-1 \qquad f'(x)=-2x$ $\begin{vmatrix}\alpha\\-\alpha^2-1\end{vmatrix} \qquad \begin{vmatrix}-\alpha\\-\alpha^2-1\end{vmatrix}$ شیب $=-2\alpha \qquad 2\alpha$ $m_1\times m_2=-1 \Rightarrow -4\alpha^2=-1 \Rightarrow \alpha=\pm\frac{1}{2}$ $f\left(\frac{1}{2}\right)=-\frac{1}{4}-1=\frac{-5}{4}$ فاصله خط از مبدأ مختصات $=\frac{5}{4}$	۷
$f(x)=g(x) \qquad f(x)=2\sqrt{x}(4x^2+3) \qquad g(x)=ax$ $f'(x)=g'(x)$ $f'(x)=8\times x^{\frac{3}{2}}\times\frac{5}{2}+6\times\frac{1}{2}\times x^{-\frac{1}{2}}$ $=20x\sqrt{x}+\frac{3}{\sqrt{x}}=a \Rightarrow a\sqrt{x}=20x^2+3$ $8\sqrt{x}\,x^2+6\sqrt{x}=ax$ $a\sqrt{x}=20x^2+3$ $20\cancel{\sqrt{x}}x^2+3\cancel{\sqrt{x}}=8\cancel{\sqrt{x}}x^2+6\cancel{\sqrt{x}}$ d شیب $=a=8\sqrt{2}$ $x=\pm\frac{1}{2}\longrightarrow x=-\frac{1}{2}$ غ ق ق $\Rightarrow x=\frac{1}{2}\xrightarrow{\text{جایگذاری}} a=8\sqrt{2}$	۸
$d\to y=ax$ $f(m)=g(m) \qquad \frac{\sqrt{m}}{-2m^2+m+1}=am \Rightarrow a\sqrt{m}(-2m^2+m+1)=1$ $f'(m)=g'(m)\xrightarrow{\text{مشتق}}-5m^{\frac{3}{2}}+\frac{3}{2}m^{\frac{1}{2}}+\frac{1}{2}m^{-\frac{1}{2}}=0$ $-5m\sqrt{m}+\frac{3}{2}\sqrt{m}+\frac{1}{2\sqrt{m}}=0 \qquad m=-\frac{1}{5}$ غ ق ق $m=\frac{1}{2}$ ق ق $\qquad f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{-2\left(\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{2}+1}=\boxed{\frac{1}{\sqrt{2}}}$	۹
$g'\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)\times f'\left(g\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)\right)=$ $g'(x)=\frac{-2x}{(2\sqrt{x^2-1})(x^2-1)}=\frac{-x}{(\sqrt{x^2-1})(x^2-1)} \qquad g'\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)=-4\sqrt{5}$ $g\left(\frac{\sqrt{5}}{2}^-\right)=\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{5}{4}\right)-1}}=2^+ \qquad f'(2^+)=(2x)^3 \Rightarrow 3\times 2\times(2x)^2=\underbrace{3\times 2}_{6}\times 16=96$ $\frac{-96\times 4\sqrt{5}}{-48\sqrt{5}}=\boxed{8}$	۱۰