

# مواضع

۱		<p>نمودار تابع <math>f</math> و خط مماس بر آن در نقطه‌ی <math>(3, 5)</math> در شکل زیر رسم شده است. مقدار <math>f'(3)</math> را بیابید.</p> $f'(3) = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5-1}{3} = \frac{4}{3}$
۲		<p>خط مماس بر منحنی <math>f(x) = \sqrt{ax-1}</math> در نقطه‌ی <math>A</math> از نقاط <math>(-1, 1)</math> و <math>(2, 2)</math> می‌گذرد. مقدار <math>f(5)</math> را بیابید.</p> $f(x) = \sqrt{2x \cdot 5 - 1} = 3$ $y = \frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$ $\frac{1}{3}x^2 + \frac{14}{9}x + \frac{16}{9} = ax - 1$ $x^2 + (14-9a)x + 16 = 0$ $\Delta = 0 \Rightarrow (14-9a)^2 = 100$ $14-9a = 10 \Rightarrow a = \frac{4}{9}$
۳		<p>معادله خط مماس بر نمودار <math>y = \frac{x^2+mx+1}{x+3}</math> در نقطه‌ای به طول واحد بر روی نمودار، به صورت <math>4y - 3x = n</math> است. مقدار <math>n</math> را بیابید.</p> $m+n = 1+3 = 4$ $x=1, y = \frac{1+1+1}{4} = 1$ $4y - 3x = n \Rightarrow 4 - 3 = n \Rightarrow n = 1$
۴		<p>اگر <math>f(x) = \frac{27 - \sin x}{9 - \sin^2 x}</math> و <math>g(x) = \frac{3}{3 + \sin x}</math> باشد، حاصل عبارت <math>3g'(\frac{5\pi}{3}) - f'(\frac{5\pi}{3})</math> را بیابید.</p> $[3g(\frac{5\pi}{3}) - f(\frac{5\pi}{3})]' = \frac{9}{3+\sin x} - \frac{9 + \sin^2 x + 3\sin x}{3+\sin x} = \frac{-\sin x(\sin x + 3)}{3+\sin x} = -\sin x$ $-\sin(\frac{5\pi}{3}) = -(-\frac{\sqrt{3}}{2}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$
۵		<p>اگر <math>f(x) = -\frac{1}{\sqrt{x+ x }}</math> و <math>g(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}</math> مقدار <math>g'(g(\sqrt{3}))f'(g(\sqrt{3}))</math> را بیابید.</p> $[f \circ g(\sqrt{3})]' = -\frac{1}{\sqrt{g(\sqrt{3})}} = -\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\sqrt{3}}}} = -\sqrt{3}$
۶		<p>اگر <math>f(x) = \left(\frac{-1 + \sin x}{1 + \sin x}\right)^2</math> و <math>f(x) = xg(x) + 1</math> باشد، حاصل <math>\lim_{x \rightarrow 0} g(x)</math> را بیابید.</p> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)-1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \cdot \frac{2}{(\sin x + 1)^2} - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x - (\sin x + 1)^2}{x(\sin x + 1)^2}$
۷		<p>خط موازی محور <math>x</math>ها، قرینه سهمی <math>y = x^2 + 1</math> به محور <math>x</math>ها را در دو نقطه قطع می‌کند و مماس‌های رسم شده در این نقاط بر هم عمودند. فاصله خط <math>d</math> از مبدأ مختصات کدام است؟</p> $y = -x^2 - 1$ $y = -\frac{1}{\alpha} - 1 = \frac{-\alpha}{\alpha} = -1/\alpha$
۸		<p>خط <math>d</math> از مبدأ مختصات می‌گذرد و بر نمودار تابع <math>f(x) = 2\sqrt{x}(4x^2 + 3)</math> مماس است. شیب خط <math>d</math> را بیابید.</p> $2\sqrt{x} + 4\sqrt{x} = \alpha x$ $\frac{4x^2 + 14\sqrt{x}x + 4\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = \frac{4x^2 + 4x}{\sqrt{x}} = \alpha$ $4x^3 + 4x = \alpha x^2 + 4x^2$ $4x^3 + 4x - 4x^2 = 0$ $x(4x^2 + 4 - 4x) = 0$ $4x^2 - 4x + 4 = 0$
۹		<p>خط <math>d</math> از مبدأ مختصات می‌گذرد بر نمودار تابع با ضابطه‌ی <math>f(x) = \frac{\sqrt{x}}{-2x^2 + x + 1}</math> در نقطه‌ی <math>A</math> مماس است. عرض نقطه‌ی <math>A</math> را بیابید.</p> $\frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{4x^2 - 2x + 2}{\sqrt{x}(-2x^2 + x + 1)}$ $10x^3 - 2x^2 - x = 0$ $x(10x^2 - 2x - 1) = 0$ $2x^2 - 2x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4+8}}{4} = \frac{2 \pm \sqrt{12}}{4} = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}$
۱۰		<p>فرض کنید <math>f(x) = (x[x])^3</math> و <math>g(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}</math>، مقدار مشتق چپ تابع <math>f \circ g</math> در <math>x = \frac{\sqrt{5}}{2}</math> چند برابر <math>48\sqrt{5}</math> است؟</p> $f(x) = (x[x])^3$ $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$