نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۵ ..... کلاس .....

۱۹٫۲۵

۱

$f(x)=1-\frac{a}{x} \rightarrow f(1)=1-a$, $f(2)=1-\frac{a}{2}$

$\text{متوسط}\frac{dy}{dx}=\frac{1-\frac{a}{2}-1+a}{2-1}=\frac{a}{2}$

$f'(x)=\frac{a}{x^2} \rightarrow \frac{a}{x^2}=\frac{a}{2} \Rightarrow x=\pm\sqrt{2}$ → $x=-\sqrt{2}$ ✗ , $x=\sqrt{2}$ ✓

۱٫۲۵

۲

$y=2ax^2-4x+18a$ مماس $\parallel$ نیمساز ناحیه اول $\Rightarrow x=y$, $y'=1$

$2ax^2-4x+18a=x$

$2ax^2-5x+18a=0$

$ax^2-2x+9a=0 \rightarrow x=\frac{2\pm\sqrt{4-36a^2}}{2a}$

$4ax-4=1 \Rightarrow 4ax=5 \Rightarrow x=\frac{5}{4a}$

$\frac{2\pm\sqrt{4-36a^2}}{2a}=\frac{5}{4a}$

$a\neq 0 \Rightarrow 2\pm\sqrt{4-36a^2}=2 \Rightarrow 4-36a^2=0 \Rightarrow a^2=\frac{1}{9} \Rightarrow a=\pm\frac{1}{3}$

$\frac{5}{4a}<0 \Rightarrow a<0$ *

$\overset{*}{\Rightarrow} a=-\frac{1}{3}$

۲

۳

$y=x^3-12x+2 \Rightarrow y'=3x^2-12=3(x^2-4)$

تعیین علامت y' ⇐

	-2		2	
y'	$+$	0	$-$	0
	ماکزیمم نسبی		مینیمم نسبی	

$\Rightarrow x=2 \rightarrow y=8-24+2=-14$

۲

۳

$y=x^4+ax^2-2bx-4$

$y'=4x^3+2ax-2b$ عبور از $x=0$, $y=-2b>0$

$b<0$

$x=-2$, $y=16-8a-2b$

$16-8a>0$

$a<2$

$x=0$, $y=-4$

$x=-2$, $y=0$

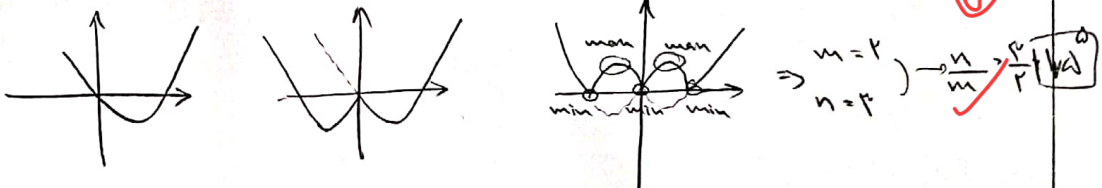
$\sqrt{(-2-0)^2+(0+4)^2}=\sqrt{4+16}=2\sqrt{5}$

۲

۴

$f(x)=x^2-5|x| \Rightarrow y=|f(x)|=|x^2-5|x||$

$y=x^2-5x$ ⇐ $y=x^2-5|x|$ ⇐ $y=|x^2-5|x||$



$\Rightarrow \begin{matrix} m=2 \\ n=2 \end{matrix} \rightarrow \frac{n}{m}=\frac{2}{2}=1$

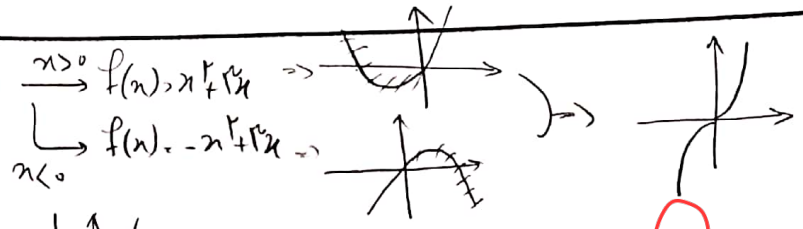
۲

۵

۶

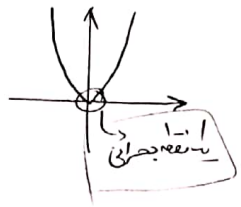
$f(x)=x(|x|+1)$ $\xrightarrow{x>0}$ $f(x)=x^2+x$ ⇒

$\xrightarrow{x<0}$ $f(x)=-x^2+x$ ⇒



(۲)

⇒ $y=|f(x)|$ ⇒



✓

۷

$[0,a]$ ⇒ $0\le x\le a$ ⇒ $-a\le x-a\le 0$ ⇒ $|x-a|=a-x$

$f(x)=\sqrt[3]{x^2}(a-x)=ax^{\frac{2}{3}}-x^{\frac{5}{3}}$

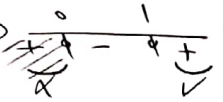
$f'(x)=\frac{2}{3}ax^{-\frac{1}{3}}-\frac{5}{3}x^{\frac{2}{3}}$ ⇒ $\frac{1}{3}x^{-\frac{1}{3}}\left(a-\frac{5}{3}x\right)=\frac{2\left(a-\frac{5}{3}x\right)}{3\sqrt[3]{x}}=0$ ⇒ نقاط بحرانی: $0, a, \frac{3}{5}a$ (۲)

$f(0)=f(a)=0$

$f\left(\frac{3}{5}a\right)=1.5$ ⇒ $\sqrt[3]{\left(\frac{3}{5}a\right)^2}\left(a-\frac{3}{5}a\right)=\frac{3}{2}$ $\xrightarrow{\text{به توان ۳}}$ $\frac{9}{25}a^2\times\frac{27}{125}a^2=\frac{27}{8}$ ⇒ $a^5=\frac{5^5}{2^3}$ ✓

$a=2.5$

$f(x)=\sqrt{x^2-x}=\sqrt{x(x-1)}$ $(x>0)$ ⇒



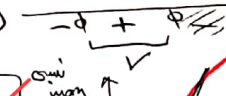
⇒ $x\le 0$ یا $x\ge 1$ ⇒ $f'(x)=\frac{2x-1}{2\sqrt{x^2-x}}=0$ ⇒ $x=\frac{1}{2}$ قبول نیست

$x^2-x=0$

$x=0$ ✓
$x=1$ ✓

نقطه بحرانی غیر استوک

$f(x)=\sqrt{-x^2-x}=\sqrt{-x(x+1)}$ $(x<0)$ ⇒



⇒ $-1\le x\le 0$ ⇒ $f'(x)=\frac{-2x-1}{2\sqrt{-x^2-x}}=0$ ⇒ $x=-\frac{1}{2}$ قبول

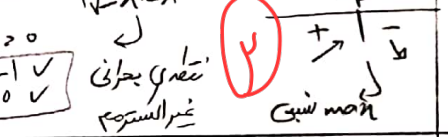
$-x^2-x=0$

$x=-1$ ✓
$x=0$ ✓

نقطه بحرانی غیر استوک

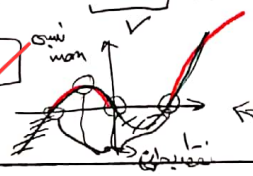
$x=0$ قبول نیست

$x=-\frac{1}{2}$ بحرانی، نقطه استوک



(۲)

$m=1$, $n=0$, $k=2$ → $\frac{0+1\times 2}{2-0}=1$ ✓

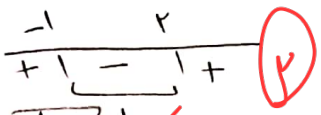


نمودار مشتق: نمودار تابع مستقیم!

۹

$y'=\frac{m(x-1+m)-(mx+2)(1)}{(x-1+m)^2}=\frac{m^2-m-2}{(x-1+m)^2}<0$ ⇒ $(m-2)(m+1)<0$

عبارت مثبت



(۲)

$-1<m<2$ ✓ ⇒ $m=0,1$ ✓ ⇒ ۲ عدد صحیح

۱۰

$f(x)=\frac{x}{1-x^2}$ $(x>0)$ ⇒ $f'(x)=\frac{1(1-x^2)-x(-2x)}{(1-x^2)^2}=\frac{1-x^2+2x^2}{(1-x^2)^2}=\frac{1+x^2}{(1-x^2)^2}\neq 0$

$D_f=\mathbb{R}-\{\pm 1\}$

$1-x^2=0$ → $x=+1$ ✓ ، $x=-1$ ✗ $(x>0)$

$f(x)=\frac{x}{1+x^2}$ $(x<0)$ ⇒ $f'(x)=\frac{1(1+x^2)-x(2x)}{(1+x^2)^2}=\frac{1-x^2}{(1+x^2)^2}=0$ ⇒ $x=1$ ✗ ، $x=-1$ ✓

(۱۱۵)

صفر → $f(0^+)=f(0^-)=0$ ✓

$f'_+(0)=f'_-(0)=1$ ✓ ۲ نقطه بحرانی ⇐ $x=\pm 1$

مشتق تابع

$x>0$ → $f'(x)=\frac{1-x^2+2x^2}{(1-x^2)^2}=\frac{x^2+1}{(1-x^2)^2}$ → $x^2=-1$ ✗

$x<0$ → $f'(x)=\frac{1+x^2-2x^2}{(1+x^2)^2}=\frac{1-x^2}{(1+x^2)^2}$ → $x^2=1$ → $x=-1$ ✓

⇒ یک نقطه بحرانی