آزمایشی — کلاس جمعه دوازدهم دختر A — تکلیف شماره ۲۵

۱

$f(x)=1-\frac{a}{x}$

$[1,3]$ وتر مسیر: $f(1)=1-a$, $f(3)=1-\frac{a}{3}$ $\rightarrow \frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{(1-\frac{a}{3})-(1-a)}{2}=\frac{\frac{2a}{3}}{2}=\frac{a}{3}$

شیب مماس: $f'(x)=\frac{a}{x^2}$ $\rightarrow \frac{a}{x^2}=\frac{a}{3}\rightarrow x^2=3\rightarrow x=\pm\sqrt{3}$

۲

$y=2ax^2-5x+18a \rightarrow y'=4ax-5$

موازی $A$: $y=-x\rightarrow y'=-1$ $\rightarrow 4ax-5=-1\rightarrow 4ax+4=0$

مماس مثبت: $\Delta=0\rightarrow 16-4(18a)(2a)=0$

$\rightarrow \frac{144}{4}=4(18a)(2a)\rightarrow 36a^2=4\rightarrow a^2=\frac{1}{9}\rightarrow a=\pm\frac{1}{3}$

۳

$y=x^3-12x+2 \rightarrow y'=3x^2-12=0\rightarrow 3x^2=12\rightarrow x^2=4\rightarrow x=\pm 2$

| | $-2$ | | $2$ | |
|---|---|---|---|---|
| $y'$ | $+$ | $-$ | $+$ | |
| | ↗ | ↘ | ↗ | |
| | max | | min | |

min $\rightarrow x=2\rightarrow 8-24+2=-14$

۴

$y=x^3+ax^2-2bx-4$

$\rightarrow x=0\rightarrow y'=3x^2+2ax-2b\rightarrow -2b=0\rightarrow b=0$

$\rightarrow x=-2\rightarrow y'=3x^2+2ax-2b\rightarrow 12-4a=0\rightarrow 4a=12\rightarrow a=3$

$\rightarrow$ عرض نقطه $\rightarrow x=0\rightarrow -4$

عرض نقطه $\rightarrow x=-2\rightarrow -8+12-4=0$ $\rightarrow$ فاصله $=\sqrt{(0+2)^2+(-4-0)^2}=\sqrt{4+16}=2\sqrt{5}$

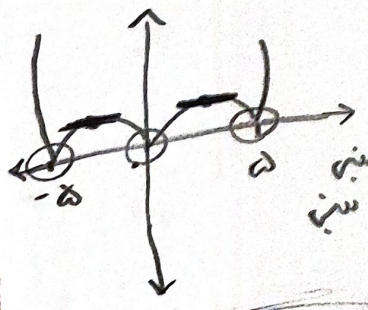
۵

$f(x)=x^2-5|x|$

$x>0\rightarrow x^2-5x\rightarrow 2x-5=0\rightarrow \frac{5}{2}$

$x<0\rightarrow x^2+5x\rightarrow 2x+5=0\rightarrow -\frac{5}{2}$

نقاط بحرانی و ۰




$|f(x)|\rightarrow |x^2-5|x||$

$\frac{\max}{\min}=\frac{m}{n}=\frac{3}{2}=1.5$

$f(x) = \sqrt[3]{x^2}\,|x-a| \longrightarrow f'(x) = \frac{2x}{3\sqrt[3]{x^4}}|x-a| + \sqrt[3]{x^2}\times 1 = \frac{2x(-x+a)}{3\sqrt[3]{x^4}} + \sqrt[3]{x^2}$ (V)

$x<a \Rightarrow x-a<0$ (−)

$\frac{-2x^2+2ax+3x^2}{3\sqrt[3]{x^4}} = 0 \longrightarrow \frac{x^2+2ax}{3\sqrt[3]{x^4}} = 0 \longrightarrow \frac{x(2a+x)}{3\sqrt[3]{x^4}} \begin{matrix} \nearrow x=0 \\ \searrow x=-2a \end{matrix}$

$x=0 \longrightarrow f(x)=0$

$x=-2a \rightarrow \sqrt[3]{4a^2}\times 2a \rightarrow \max \rightarrow \sqrt[3]{4a^2\times 4a^2} = \frac{3}{2} \rightarrow 16a^4 = \frac{81}{16} \rightarrow a^4 = \frac{1}{2^4}$

$\rightarrow a = \frac{1}{2}$

$x=a \rightarrow \sqrt[3]{a^2}\times 0 = 0$