مبینا رضایی ۱۹

۱)

$$\frac{f(۳)-f(۱)}{۳-۱} = f'(?) \longrightarrow \frac{(۱-\frac{a}{۳})-(۱-a)}{۲} = \frac{a}{x^۲}$$

$$\frac{\frac{۲}{۳}a}{۲} = \frac{a}{x^۲} \longrightarrow \frac{۱}{۳} = \frac{۱}{x^۲} \longrightarrow \boxed{x = +\sqrt{۳}}$$ ✓ ۲

۲)

$$۲ax^۲ - ۵x + ۱۸a = x \longrightarrow ۲ax^۲ - ۶x + ۱۸a = ۰$$

$$\xrightarrow{\Delta=۰} ۹ - ۳۶a^۲ = ۰ \longrightarrow a = \pm\frac{۱}{۲}$$ ۲

چون نقطه A در ناحیه سوم است $a=\frac{۱}{۲}$ غیرقابل قبول است چون جواب آخر $x=۳$ به بدست می آید که در ناحیه اول است. ← $\boxed{a=-\frac{۱}{۲}}$ ✓

۳)

$$y' = ۳x^۲ - ۱۲ \xrightarrow{y'=۰} ۳x^۲ - ۱۲ = ۰ \longrightarrow x = \pm ۲$$

	−∞		−۲		+۲		+∞
y'		+		−		+	
y		↗		↘		↗	
			Max		min		

$\Leftarrow$ مقدار Min نسبی $f(۲) = -۱۶$ ✓ ۲

۴)

$$y' = ۳x^۲ + ۲ax - ۲b = ۰$$

$\longrightarrow x = ۰ \longrightarrow b = ۰$

$\longrightarrow x = -۲ \longrightarrow ۱۲ - ۴a = ۰ \longrightarrow a = ۳$

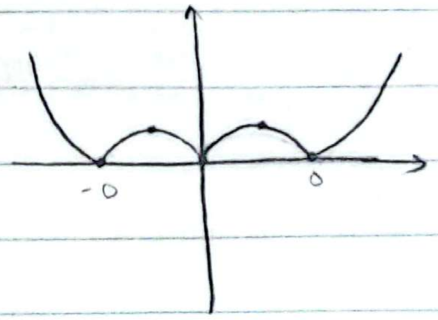
$$y = x^۳ + ۳x^۲ - ۴$$ ۲

نقاط اکسترمم: $(۰, -۴)$, $(-۲, ۰)$ ← فاصله:

$$\sqrt{(-۲)^۲ + (۴)^۲} = \sqrt{۲۰} = \boxed{۲\sqrt{۵}}$$ ✓

Date: / / Sat. Sun. Mon. Tue. Thu. Wed. Fri. Subject:

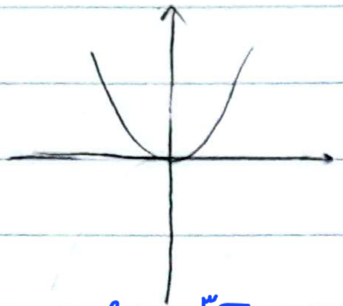
۵) $f(x) = |x|^۲ - ۵|x| \longrightarrow y = \left||x|^۲ - ۵|x|\right|$



۳ ← Min

۲ ← Max

$\frac{n}{m} = \frac{۳}{۲}$ ✓ (۲)



۶) $|x(+x+۳)|$ $x>۰$

$|x(-x+۳)|$ $x<۰$

← ۱ نقطه بحرانی ($x=۰$)

✓ (۲)

$x \in [۰,a] \to |x-a| = -(x-a) \to f(x) = -\sqrt[۳]{x^۲}(x-a) = -x^{\frac{۵}{۳}} + a x^{\frac{۲}{۳}}$

۷) در بازه $[۰, a]$ قدر مطلق منفی است $\left(\begin{array}{c|c|c} & ۰ \quad a & \\ \hline + & - & + \end{array} \right)$

$f'(x) = -\frac{۵}{۳}x^{\frac{۲}{۳}} + \frac{۲}{۳}a x^{-\frac{۱}{۳}} = ۰ \longrightarrow \frac{۱}{۳}x^{\frac{-۱}{۳}}(-۵x+۲a) = ۰ \longrightarrow \begin{cases} x = ۰ \\ x = \frac{۲}{۵}a \longrightarrow \text{max} ✓ \end{cases}$ (۱)

$f(x) = \sqrt[۳]{x^۲}(x-a) \longrightarrow f'(x) = \frac{۲x}{۳\sqrt[۳]{x}} \times (a-x) - \sqrt[۳]{x^۲} = ۰$

$f(x_{max}) = ۱٫۵ \longrightarrow f(\frac{۲}{۵}a) = \frac{۳}{۲} \longrightarrow -\sqrt[۳]{\frac{۴}{۲۵}a^۲}\left(\frac{۲}{۵}a - a\right) = \frac{۳}{۲} \longrightarrow a \times \sqrt[۳]{\frac{۴}{۲۵}a^۲} = \frac{۵}{۲}$

$x = ۱٫۵ \longrightarrow \frac{۳}{۳\sqrt[۳]{۱٫۵}}(a - ۱٫۵) - \sqrt[۳]{(۱٫۵)^۲} = ۰ \xrightarrow{\times\sqrt[۳]{۱٫۵}}$

$\xrightarrow{\text{توان ۳}} a^۳ \times \frac{۴}{۲۵}a^۲ = \frac{۱۲۵}{۸} \longrightarrow a^۵ = \frac{۱۲۵}{۸} \times \frac{۲۵}{۴} = \left(\frac{۵}{۲}\right)^۵ \longrightarrow a = \frac{۵}{۲} = ۲٫۵$

$(a - ۱٫۵) - (۱٫۵) = ۰ \longrightarrow a - ۳٫۷۵ = ۰ \longrightarrow \boxed{a = ۳٫۷۵}$

۸) $f(x) = \sqrt{x|x| - x} \longrightarrow x(۱ - |x|) \geq ۰$ $\begin{array}{c|c|c|c} & -۱ \quad ۰ & ۱ & \\ \hline + & - & + & - \end{array}$

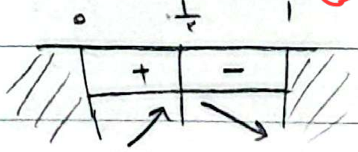
$f(x) \longrightarrow \sqrt{-x^۲+x}$ $[۰, ۱]$ $\longrightarrow f'(x) = \frac{-۲x+۱}{۲\sqrt{-x^۲+x}}$ $۰<x<۱$

$\longrightarrow \sqrt{x^۲+x}$ $(-\infty, -۱]$ $\longrightarrow \frac{۲x+۱}{۲\sqrt{x^۲+x}}$ $x>-۱$

-۱ ، ۱ ، $\frac{۱}{۲}$ ، ۰ ← بحرانی

$\frac{km+n}{k-n} = \frac{۴+۰}{۴-۰} = \boxed{۱}$ Max نسبی ← $\frac{۱}{۲}$

✓ (۲)



۹) ۲ -1 2

$y' < 0 \longrightarrow \frac{x^2 - x - 2}{(x-1+x)^2} < 0 \longrightarrow x^2 - x - 2 < 0$

	-1		2	
+		−		+
↗		↘		↗

$\xleftarrow[\text{نزولی}]{\text{در بازه (۱ و ∞)}}$ {۱ , ۰} ← ۲ عدد

۱۰)

$x > 0 \longleftarrow \frac{x}{1-x^2} \longrightarrow \frac{1-x^2+2x^2}{(1-x^2)^2} = 0 \longrightarrow \frac{x^2+1}{(1-x^2)^2} \neq 0 \longrightarrow$ نقطه بحرانی ندارد

۲

$x < 0 \longrightarrow \frac{x}{1+x^2} \longrightarrow \frac{1+x^2-2x^2}{(1+x^2)^2} = 0 \longrightarrow \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2} = 0 \longrightarrow x = 1$

فقط $x = 1$ نقطه بحرانی است