۱۴۰۵ (سراسری داد)

$f(1)=1-a \quad f(3)=1-\frac{a}{3}$

$\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1} = \frac{(1-\frac{a}{3})-(1-a)}{2} = \frac{-\frac{a}{3}+a}{2} = \frac{\frac{2a}{3}}{2} = \frac{a}{3}$ آهنگ متوسط تغییر ①

آهنگ لحظه‌ای $\to f(x)=1-\frac{a}{x} \quad f(x)=1-ax^{-1} \Rightarrow f(x)=ax^{-2} \Rightarrow f'(x)=\frac{a}{x^2}$

$f'(c)=\frac{a}{3}$

$\frac{a}{c^2}=\frac{a}{3} \Rightarrow \frac{1}{c^2}=\frac{1}{3} \to c=\sqrt{3}$ $[1,3]$ متعلق است به c ✓ ②

$y=2ax^2-6x+18a$ ④

$y=x \to m=1$

$y'=4ax-6=1$

$x=\frac{7}{4a}$

$x=2ax^2-6x+18a \Rightarrow 2ax^2-7x+18a=0$

$\Rightarrow \Delta=(-7)^2-4(2a)(18a)=49-144a^2$

$49=144a^2 \to a=\pm\frac{1}{2}$

$a=-\frac{1}{2} \quad x=\frac{7}{2(-\frac{1}{2})}=-7 \quad (-7,-7)$ ✓ ②

$a=\frac{1}{2} \rightsquigarrow (7,7)$ ✗

$y=x^3-12x+2 \to y'=3x^2-12=0 \to x^2=4 \to x=\pm 2$ ③

	-2		2	
y'	+	−	+	
y	↗	↘	↗	
	max نسبی		min نسبی	

$\Rightarrow \min$ نسبی (مقدار) $\to (2)^3-12(2)+2=-14$ ✓

فاصله دو نقطه $=\sqrt{(0-(-4))^2+(-2-0)^2}=\sqrt{16+4}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$ ②

$y=x^3+ax^2-2bx-4 \to y'=3x^2+2ax-2b \to 3x^2+6x$

$3x(x+2)$

$0 \quad -2$

$|0-(-2)|=2$ ①

④

$y(0)=0 \to -2b=0 \to b=0$

$y'(-2)=0 \to 3(4)+2a(-2)=0 \to a=3$

$y=2x^3+3x^2-4 \to \begin{cases} f(0)=-4 \\ f(-1)=0 \end{cases}$

$f(x)=x^2-5|x|$

$x>0 \to x^2-5x \to f'=2x-5=0 \to x=\frac{5}{2}$ min یک ⑤ ①

$x<0 \to x^2+5x \to f'=2x+5=0 \to x=-\frac{5}{2}$ min یک

max تا

min تا

$x=0$ مشتق پذیر نیست ← min نسبی

$\frac{n}{m}=\frac{1}{2}$ ✓

$n=3$

$m=2$ $\to \frac{n}{m}=\frac{3}{2}$

$y=|f(x)| \quad f(x)=x(|x|+3)$

$x>0 \quad x(x+3)=x^2+3x \to 2x+3=0 \quad x=-\frac{3}{2}$ ✗ ⑥

$x<0 \quad x(-x+3)=-x^2+3x \to y'=-2x+3$

$x=\frac{3}{2}$ ✗

نقطه‌ی تقطع بزرگ

ریشه‌ی مرتبه‌ی فرد مطلق بزرگ $x=0$

② ✓

$f(x)=\sqrt[3]{x^2}\,|x-a|$ $\quad f(a_{max})=1.5 \to f(\frac{2}{5}a)=\frac{4}{9} \to -\sqrt[3]{\frac{4}{125}a^2}(\frac{2}{5}a-a)=\frac{4}{9} \to a\times\sqrt[3]{\frac{4}{125}a^2}=\frac{5}{2}$ (سراسری ۹۶)

$\xrightarrow{\text{توان ۳}} a^2\times\frac{4}{125}a^2=\frac{125}{8} \to a^5=\frac{125}{8}\times\frac{32}{4}=(\frac{5}{2})^5 \to a=\frac{5}{2}=2.5$

$|x-a|=a-x$ ⑦

$\sqrt[3]{x^2}=x^{\frac{2}{3}}$ $\quad f(x)=x^{\frac{2}{3}}(a-x) \Rightarrow f'=\frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}}(a-x)-x^{\frac{2}{3}}$ ①

$f'=x^{-\frac{1}{3}}\left(\frac{2}{3}(a-x)-x\right)=\frac{2a}{3}-\frac{2x}{3}-\frac{3x}{3}=\frac{2a}{3}-\frac{5x}{3}$

$2a-5x=0 \to x=\frac{2a}{5} \to \frac{3a}{5}(\frac{2a}{5})^{\frac{2}{3}}=\frac{3}{2} \to a=a$

$\sqrt{x|x|-x}$ ⑧

$x>0$ $\quad x^2-x=x(x-1)$ ①

$x<0$ $\quad -x^2-x=-x(x+1)$

-1 و 0 و 1 $\to$ نقاط بحرانی $\quad m=0 \quad n=\text{غ ق ل} \quad K=3$ $\to$ جواب $\frac{1}{2}$

(جواب پایین صفحه)

$y'=\frac{m(x-1+m)-(mx+2)}{(x-1+m)^2} \to m^2-m-2<0 \to -1<m<2 \to m=0$ و 1 ⑨

۲ مقدار ②

$1-x|x|\neq 0 \to x\neq\pm 1$ حرف داشته نیست $\quad x=0$ ⑩ ۱۵ ق

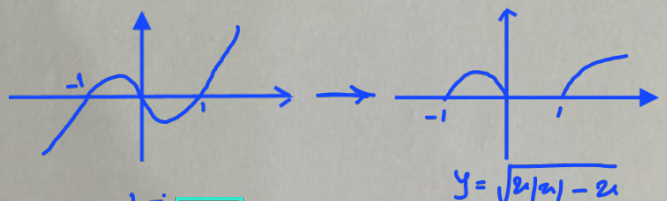
ریشه داخل قدرمطلق $\to D_f=\mathbb{R}-\{1\}$

$D_{f(x)}=1-x|x|=0 \to x|x|=1 \to \begin{cases} x\geq 0 & x^2=1 \to x=1 \checkmark \\ x<0 & -x^2=1 \to x^2=-1 \times \end{cases}$

مشتق تابع $\begin{cases} x>0 \to f'(x)=\frac{1-x^2+2x^2}{(1-x^2)^2}=\frac{x^2+1}{(1-x^2)^2} \to x^2=-1 \times \\ x<0 \to f'(x)=\frac{1+x^2-2x^2}{(1+x^2)^2}=\frac{1-x^2}{(1+x^2)^2} \to x^2=1 \to x=-1 \checkmark \end{cases}$

$\to$ یک نقطه بحرانی

$y=|x|x-x \to \begin{cases} x^2-x & x\geq 0 \ (I) \\ -x^2-x & x<0 \ (II) \end{cases}$



سوال ۸

(نقطه بحرانی $K=4$ و (max نقطه) $m=1$ و (min نقطه) $n=0$

$\frac{Km+n}{K-n}=\frac{4\times 1-0}{4-0}=\frac{4}{4}=1$