۱۶

هلنا محمودی / دوازدهم تجربی

(۱):

$$\frac{f(3)-f(1)}{3-1} \rightarrow \frac{\left(1-\frac{a}{3}\right)-(1-a)}{2} = \frac{\frac{2}{3}a}{2} = \frac{a}{3}$$

آهنگ متوسط

$$f(x) = 1-\frac{a}{x} \Longrightarrow f'(x) = \frac{a}{x^2}$$ آهنگ لحظه‌ای

$$\Longrightarrow \frac{a}{3} = \frac{a}{x^2} \Longrightarrow x^2 = 3 \Longrightarrow x = \pm\sqrt{3}$$

$-\sqrt{3}$ در بازه $[1,3]$ نیست پس $\underline{x=\sqrt{3}}$

۲

(۳)

$$f'(x) = 3x^2-12 \Longrightarrow f'(x) = 0$$

$$\Longrightarrow 3x^2-12 = 0 \Longrightarrow 3x^2 = 12 \Longrightarrow x^2 = 4 \Longrightarrow x = \pm 2$$

	-2		$+2$	
$+$		$-$		$+$
↗	max	↘	min	↗

$$\Longrightarrow x = 2 \rightsquigarrow y = \underset{8}{\cancel{x^3}} - 12(2) + 2 = \boxed{-14}$$

۲

سوال ۲)

$$2ax^2-5x+18a = x \longrightarrow 2ax^2-6x+18a = 0 \xrightarrow{\div 2} ax^2-3x+9a = 0$$

$$ax^2-3x+9a = 0 \xrightarrow{\Delta=0} 9-4(a)(9a) = 0 \longrightarrow 9-36a^2 = 0 \longrightarrow a^2 = \frac{1}{4} \longrightarrow a = \pm\frac{1}{2} \longrightarrow a = \frac{-1}{2}$$

$a = \frac{1}{2} \rightarrow$ معادله تقاطع $\rightarrow x^2-6x+9 = (x-3)^2 = 0 \longrightarrow$ ریشه مثبت غ ق ق

۴) ۱. A $x=0\,,\,-2$ طول نقاط اکسترمم نسبی تابع هستند

پس $x=0\,,\,-2$ ریشه‌های مشتق‌اند.

$$f'(x)=3x^2+2ax-2b$$

$$S=-2+0=\frac{-2a}{3}\Rightarrow a=3$$

$$P=-2\times 0=\frac{-2b}{3}\Rightarrow b=0$$

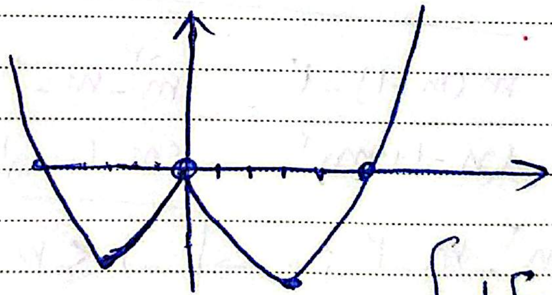
۳

$$f(x)=x^3+3x^2-4\quad\begin{cases}x=0\Rightarrow y=-4\\ x=-2\Rightarrow y=0\end{cases}$$

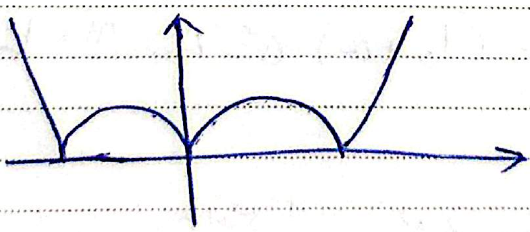
$$AB=\sqrt{(-2-0)^2+(0+4)^2}=\sqrt{4+16}=\underline{2\sqrt{5}}$$ ✓

۵)

$$f(x)\begin{cases}x^2-5x & x\geq 0\\ x^2+5x & x<0\end{cases}$$



$|f(x)|$



۳

$m=$ Maximum نسبی $=$ ۲

$n=$ Minimum نسبی $=$ ۳

$$\Rightarrow \underline{\frac{n}{m}=1/5}$$ ✓

۴

$$x \geq 0 \Rightarrow y = \frac{x}{1-x^2} \Rightarrow y' = \frac{(1-x^2)-(-2x)x}{(1-x^2)^2} = \frac{1+x^2}{(1-x^2)^2} \neq 0$$

$$x < 0 \Rightarrow y = \frac{x}{1+x^2} \Rightarrow y' = \frac{(1+x^2)-2x(x)}{(1+x^2)^2} = \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2} = 0 \Rightarrow 1-x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 & \text{غ ق ق} \\ x = -1 & \text{ق ق} \end{cases}$$

۲

← یک نقطه بحرانی دارد.

۷،

$$f(x) = \sqrt[3]{x^2(a-x)} = ax^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{5}{3}}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{2}{3}ax^{-\frac{1}{3}} - \frac{5}{3}x^{\frac{2}{3}}$$

$$\rightarrow \frac{2}{3}x^{-1/3}\left(a - \frac{5}{2}x\right) \rightarrow f'(x) = \frac{2\left(a - \frac{5}{2}x\right)}{3\sqrt[3]{x}}$$

$x = \frac{2}{5}a \;/\; x = a \;/\; x = 0$ نقاط بحرانی هستند.

$$f\left(\frac{2}{5}a\right) = \frac{3}{2} \Rightarrow \sqrt[3]{\left(\frac{2}{5}a\right)^2\left(a - \frac{2}{5}a\right)} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{25}a^2 \times \frac{\cancel{27}}{125}a^3 = \frac{\cancel{27}}{8}$$

۲

$$\Rightarrow \frac{4a^5}{25 \times 125} = \frac{1}{8} \Rightarrow a = \frac{5}{2}$$

(8)

$$f(x)=\begin{cases}\sqrt{x^2-x} & x\geq 1\\ \sqrt{-x^2-x} & x\leq 0\end{cases}\quad,\quad f'(x)=\begin{cases}\dfrac{2x-1}{2\sqrt{x^2-x}} & x\geq 1\\ \dfrac{-2x-1}{2\sqrt{-x^2-x}} & x\leq 0\end{cases}$$

$f'(x)$ نقاط تعریف نشده $=\{1,-1,0\} \Longrightarrow k=4$

$f'(x)=0 \longrightarrow =\{-\frac{1}{2}\}$

2

$f'_-(-\frac{1}{2})>0 \quad , \quad f'_+(-\frac{1}{2})<0 \Longrightarrow$ طول Max نسبی $=-\frac{1}{2}$

$m=1$

$$\frac{km+n}{k-n} \xrightarrow[k=4,\ n=0]{m=1} \frac{4(1)+0}{4}=1$$

$D_{f(x)} = 1-x|x|=0 \rightarrow x|x|=1 \rightarrow \begin{cases} x\geq 0 & x^2=1 \rightarrow x=1 \checkmark \\ x\leq 0 & -x^2=1 \rightarrow x^2=-1 \times \end{cases} \rightarrow D_f=\mathbb{R}-\{1\}$ سوال ۱۰

مشتق تابع
$$\begin{cases} x\geq 0 \rightarrow f'(x)=\dfrac{1-x^2+2x^2}{(1-x^2)^2}=\dfrac{x^2+1}{(1-x^2)^2} \rightarrow x^2=-1 \quad \times \\ x<0 \rightarrow f'(x)=\dfrac{1+x^2-2x^2}{(1+x^2)^2}=\dfrac{1-x^2}{(1+x^2)^2} \rightarrow x^2=1 \rightarrow x=-1 \checkmark \end{cases}$$

$\rightarrow$ یک نقطه بحرانی

۹)

$$y' = \frac{m(m-1)-2}{(x-1+m)^2} = \frac{m^2-m-2}{(x-1+m)^2} \leq 0$$

۴

$$\Longrightarrow m^2-m-2 \leq 0 \rightarrow \boxed{-1 \leq m \leq 2}$$

ریشه مخرج $x = 1-m$ در بازه‌ی $(1, +\infty)$ نباشد $\leftarrow$ $1-m \leq 1$ $\rightarrow \boxed{m \geq 0}$

$$\rightarrow 0 \leq m \leq 2 \xrightarrow[\text{سوال } m \neq 2]{\text{با توجه به}} m = 0, 1$$