هلنا محمودی / دوازدهم تجربی

۱:

$$\frac{f(3)-f(1)}{3-1} \to \frac{(1-\frac{a}{3})-(1-a)}{2} = \frac{\frac{2}{3}a}{2} = \frac{a}{3}$$

آهنگ متوسط

$$f(x) = 1-\frac{a}{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{a}{x^2}$$ آهنگ لحظه‌ای

$$\Rightarrow \frac{a}{3} = \frac{a}{x^2} \Rightarrow x^2 = 3 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3}$$

* -۳ در بازه [۱,۳] نیست پس $x=\sqrt{3}$

۲:

$$f'(x) = 3x^2-12 \Rightarrow f'(x)=0$$

$$\Rightarrow 3x^2-12=0 \Rightarrow 3x^2=12 \Rightarrow x^2=4 \Rightarrow x=\pm 2$$

	-2		$+2$	
$+$		$-$		$+$
	max		min	

$$\Rightarrow x=2 \rightsquigarrow y = \underbrace{\cancel{2^3}}_{8} - 12(2)+2 = -14$$

۴) ۱ A $x=0$ و -2 طول نقاط اکسترمم نسبی تابع هستند

پس $x=0$ و -2 ریشه‌های مشتق‌اند.

$$f'(x)=3x^2+2ax-2b$$

$$S=-2+0=\frac{-2a}{3} \Rightarrow a=3$$

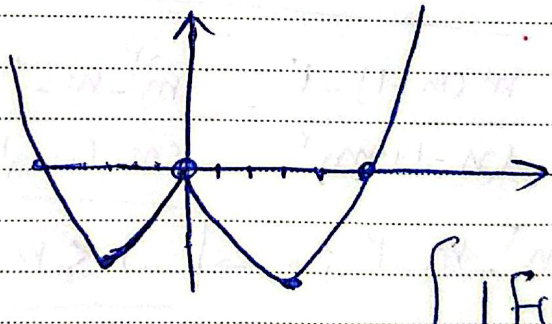
$$P=-2\times 0=\frac{-2b}{3} \Rightarrow b=0$$

$$f(x)=x^3+3x^2-4 \quad \begin{cases} x=0 \Rightarrow y=-4 \\ x=-2 \Rightarrow y=0 \end{cases}$$

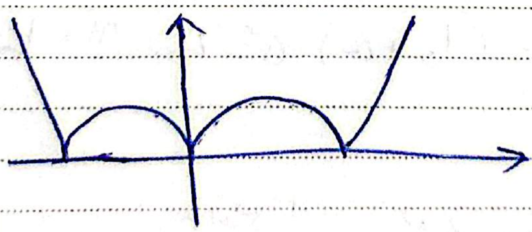
$$AB=\sqrt{(-2-0)^2+(0+4)^2}=\sqrt{4+16}=2\sqrt{5}$$

۵)

$$f(x)\begin{cases} x^2-5x & x\geq 0 \\ x^2+5x & x<0 \end{cases}$$



$|f(x)|$



۲) = تعداد Max نسبی = m

۳) = تعداد Min نسبی = n

$$\Longrightarrow \frac{n}{m}=1.5$$

6

$$x \geq 0 \Rightarrow y = \frac{x}{1-x^2} \Rightarrow y' = \frac{(1-x^2)-(-2x)x}{(1-x^2)^2} = \frac{1+x^2}{(1-x^2)^2} \neq 0$$

$$x < 0 \Rightarrow y = \frac{x}{1+x^2} \Rightarrow y' = \frac{(1+x^2)-2x(x)}{(1+x^2)^2} = \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2} = 0 \Rightarrow 1-x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 & \text{غ ق ق} \\ x = -1 & \text{ق ق} \end{cases}$$

یک نقطه بحرانی دارد.

۷ ،

$$f(x) = \sqrt[3]{x^2(a-x)} = a x^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{5}{3}}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{2}{3} a x^{-\frac{1}{3}} - \frac{5}{3} x^{\frac{2}{3}}$$

$$\rightarrow \frac{2}{3} x^{-1/3}\left(a - \frac{5}{2}x\right) \rightarrow f'(x) = \frac{2\left(a - \frac{5}{2}x\right)}{3\sqrt[3]{x}}$$

$x = \frac{2}{5}a \,/\, x = a \,/\, x = 0$ نقاط بحرانی هستند.

$$f\left(\frac{2}{5}a\right) = \frac{3}{2} \Rightarrow \sqrt[3]{\left(\frac{2}{5}a\right)^2\left(a - \frac{2}{5}a\right)} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{25}a^2 \times \frac{\cancel{27}}{125}a^3 = \frac{\cancel{27}}{8}$$

$$\Rightarrow \frac{4a^5}{25 \times 125} = \frac{1}{8} \Rightarrow \underline{a = \frac{5}{2}}$$

۸ ،

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 - x} & x \geq 1 \\ \sqrt{-x^2 - x} & x \leq 0 \end{cases} \qquad f'(x) = \begin{cases} \dfrac{2x-1}{2\sqrt{x^2 - x}} & x \geq 1 \\ \dfrac{-2x-1}{2\sqrt{-x^2-x}} & x \leq 0 \end{cases}$$

$f'(x)$ نقاط تعریف نشده $= \{1, -1, 0\}$

$f'(x) = 0 \longrightarrow = \{-\frac{1}{2}\}$ $\Longrightarrow k = 4$

$f'_-(-\frac{1}{2}) > 0$, $f'_+(-\frac{1}{2}) < 0 \Longrightarrow$ طول Max نسبی $= -\frac{1}{2}$

$m = 1$

$$\frac{km+n}{k-n} \xRightarrow[k=4,\ n=0]{m=1} \frac{4(1)+0}{4} = 1$$

۹) ، $y' = \dfrac{m(m-1)-2}{(x-1+m)^2} = \dfrac{m^2-m-2}{(x-1+m)^2} \leq 0$

$\Longrightarrow m^2-m-2 \leq 0 \to \boxed{-1 \leq m \leq 2}$

ریشه مخرج $x = 1-m$ در بازه‌ی $(1, +\infty)$ ← $1-m \leq 1$

$\to \boxed{m \geq 0}$

$\to 0 \leq m \leq 2 \xrightarrow[\text{سوال } m \neq 2]{\text{با توجه به}} m = 0$ و 1