۱۷/۷۵

Date: فهیما مخاطب - تاریخ تکلیف Sub:

۱- $f(x) = 1 - \frac{a}{x}$ $[1, 3]$ برابر با آهنگ تحولات در کدام نقطه؟

$f'(x) = +\frac{a}{x^2}$

آهنگ متوسط $= \frac{f(3) - f(1)}{3-1} = \frac{1 - \frac{a}{3} - 1 + a}{2} = \frac{\frac{2a}{3}}{2} = \frac{a}{3}$

$\frac{a}{3} = \frac{a}{x^2} \longrightarrow x = \sqrt{3}$ ✓ (۲)

$-x^2 - 5x + 9$

۲- $y = 2a x^2 - 5x + 18a$ در نقطه A برنیمساز ناحیه‌ی سوم مختصات مماس. $a = ?$

(۱/۷۵)

$25 - 36$

$y = x \longrightarrow$ شیب $= 1$

$a = -\frac{1}{2}$

$y' = 4ax - 5$

$1 = 4ax - 5 \longrightarrow 6 = 4ax$

$x = \frac{6}{4a} = \frac{3}{2a}$

$a = \frac{1}{2} \rightarrow$ معادله تقاطع $\rightarrow x^2 - 6x + 9 = (x-3)^2 = 0$

$\rightarrow$ غ ق ق ریشه مثبت

$x = 2ax^2 - 5x + 18a$

$0 = a \times \frac{9}{4a^2} - \frac{9}{2a} + 9a \longleftarrow 0 = ax^2 - 3x + 9a \longleftarrow 0 = 2ax^2 - 6x + 18a$ $\rightarrow a = \frac{-1}{2}$

$0 = \frac{1}{4a} - \frac{1}{2a} + a \longrightarrow 0 = 1 - 2 + 4a^2 \longrightarrow 4a^2 = 1 \longrightarrow a^2 = \frac{1}{4} \rightarrow a = \pm\frac{1}{2}$

۳- نقطه min نسبی $y = x^3 - 12x + 2$ ؟

$y = x^3 - 12x + 2 \longrightarrow y' = 3x^2 - 12 = 0$

$3(x^2 - 4) = 0 \longrightarrow 3(x-2)(x+2) = 0$

(۲)

	-2		2	
y'	$+$	$-$		$+$
y	↗	max ↘	min	↗

$y(2) = 8 - 24 + 2 = -14$ ✓

$y(-2) = -8 + 24 + 2 = 18$ ✓

۴- $y = x^3 + ax^2 - 2bx - 4$ در نقاط به طول صفر و ۲- دارای اکسترمم نسبی است

$y = x^3 + ax^2 - 2bx - 4 \rightarrow y = x^3 + 3x^2 - 4$ فاصله‌ی بین نقاط اکسترمم نسبی

$y' = 3x^2 + 2ax - 2b$ $(0, -4)$ $(-2, 0)$

(۲)

$-2 \rightarrow -8 + 12 - 4 = 0$

$\overset{0}{\longrightarrow}$ $-2b = 0 \longrightarrow b = 0$

$\overset{-2}{\longrightarrow}$ $12 - 4a - 2b = 0 \longrightarrow 12 = 4a \longrightarrow a = 3$

ESPADANA

$d = \sqrt{(0+4)^2 + (-2-0)^2} = \sqrt{16+4} = 2\sqrt{5}$ ✓

Scanned with CamScanner

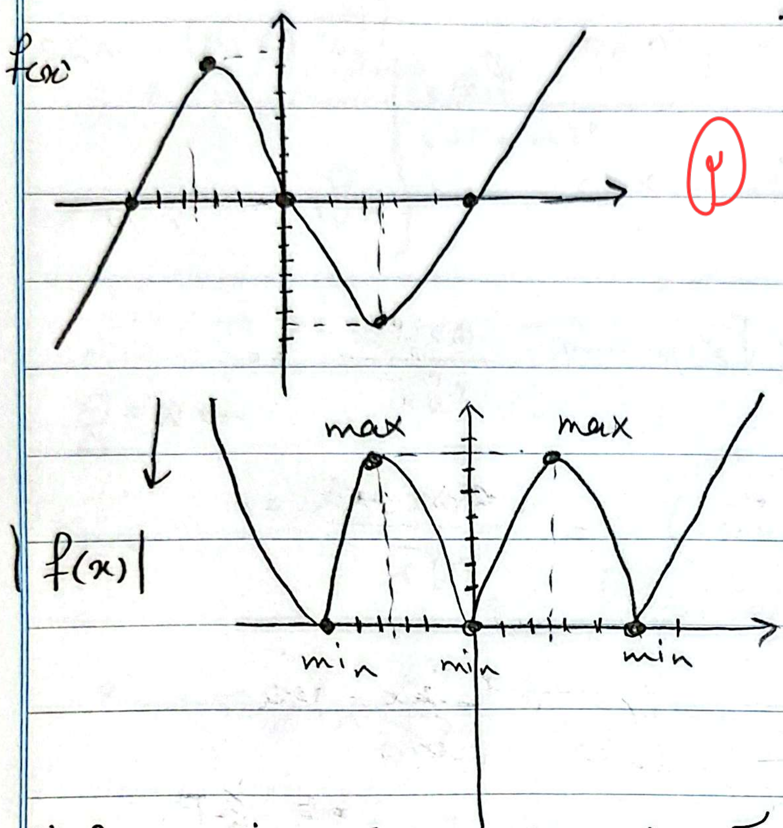
Date: Sub:

۵- $f(x) = x^2 - 5|x|$ کمترین و بیشترین تعداد نقاط max و min تابع $y = |f(x)|$ به ترتیب n و m است. مقدار $\frac{n}{m}$

(n → ۳، m → ۲)

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 5x & x \geq 0 \\ x^2 + 5x & x < 0 \end{cases}$$

$\frac{25}{4} - \frac{25}{2} = -\frac{25}{4} = -6/25$



$\frac{n}{m} = \frac{3}{2}$ ✓

۲

۶- $y = |f(x)|$ که در آن $f(x) = x(|x|+3)$ چند نقطه بحرانی دارد؟ (با انتها)

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x & x \geq 0 \\ -x^2 + 3x & x < 0 \end{cases}$$

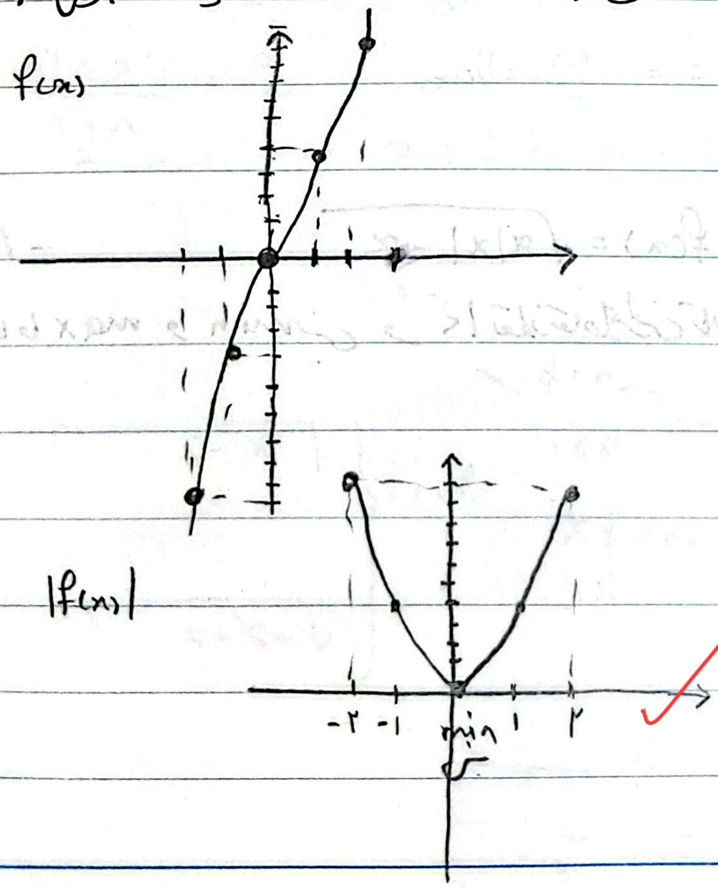
$-x(x-3)$

۴+۶

-۹

-۱-۳

-۴-۶



۲ ✓

۷ـ $f(x)=\sqrt[3]{x^2}\,|x-a|$ روی بازهٔ $[0,a]$ برابر ۱/۵ است. $a=?$

$$f'(x)=\begin{cases}\dfrac{5x-2a}{3\sqrt[3]{x}} & x\geq a\\[2mm] \dfrac{-5x+2a}{3\sqrt[3]{x}} & x<a\end{cases}\qquad f(x)=\begin{cases}\sqrt[3]{x^2}(x-a) & x\geq a\\[2mm] -\sqrt[3]{x^2}(x-a) & x<a\end{cases}$$

$$\frac{2x}{3x\sqrt[3]{x}}(x-a)+1\left(\sqrt[3]{x^2}\right)\longrightarrow \frac{5x-2a}{3\sqrt[3]{x}}=0 \rightarrow x=\frac{2a}{5}$$

$$\frac{2x}{3x\sqrt[3]{x}}(-x+a)-1\left(\sqrt[3]{x^2}\right)=\frac{-5x+2a}{3\sqrt[3]{x}}=0$$

(۲)

x		0		$\frac{2a}{5}$		a	
y'	$-$		$+$		$-$		$+$
y	↘	min	↗	max	↘	min	↗

$$\sqrt[3]{\frac{4}{25}a^2}\times\frac{3}{5}a=\frac{3}{2}$$

$$\frac{4}{25}a^2\times\frac{a^3}{125}=\frac{1}{8}$$

$$a=\frac{5}{2}=2/5 \leftarrow \qquad a^5=\frac{125\times 25}{8\times 4}$$

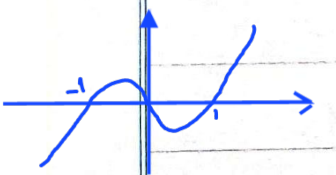
۸ـ $f(x)=\sqrt{x|x|-x}$ ، m و n به‌ترتیب تعداد max و min نسبی و k تعداد نقاط بحرانی تابع f باشند، $\frac{km+n}{k-n}=?$

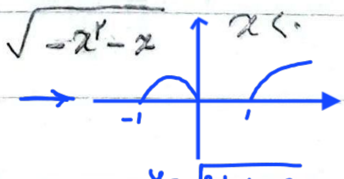
(۱)

$$\frac{4+1}{2}=\frac{5}{2}$$

$$f'(x)=\begin{cases}\dfrac{2x-1}{2\sqrt{x^2-x}} \;(=0 \rightarrow x=\tfrac{1}{2}\ ✓) & x\geq 0\\[2mm] \dfrac{-2x-1}{2\sqrt{-x^2-x}} \;(\rightarrow x=-\tfrac{1}{2}\ ✗) & x<0\end{cases}\qquad f(x)=\begin{cases}\sqrt{x^2-x} & x\geq 0\\[2mm] \sqrt{-x^2-x} & x<0\end{cases}$$

$$y=|x|x-x \rightarrow \begin{cases}x^2-x & x\geq 0 \quad (I)\\ -x^2-x & x<0 \quad (II)\end{cases}$$





$y=\sqrt{x|x|-x}$

x		0		$\frac{1}{2}$		1	
y'	$+$		$-$		$+$		$-$
y	↗		↘		↗		↘

ESPADANA

$$\frac{Km+n}{K-n}=\frac{4\times 1-0}{4-0}=\frac{4}{4}=1$$

$K=4$ (نقاط بحرانی) ، $m=1$ (تعداد max) ، $n=0$ (تعداد min)

Date:　　　　Sub:

۹- به ازای چند مقدار صحیح m، تابع $y = \dfrac{mx+2}{x-1+m}$ روی بازه‌ی $(1, +\infty)$ نزولی است؟

(۱)

$$y' = \frac{m(x-1+m) - (1)(mx+2)}{(x-1+m)^2}$$

$x = 1$ صفر کند $\rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \rightarrow m = 2 ,\ m = -1$

$f'(x) < 0 \rightarrow ad - bc < 0 \rightarrow m^2 - m - 2 < 0 \rightarrow (m-2)(m+1) < 0 \rightarrow -1 < m < 2 ,\ m \neq 2 \rightarrow -1 < m < 2 \quad (I)$

ریشه‌ی مخرج $= x = 1 - m \leq 1 \rightarrow m \geq 0 \quad (II)$　　$(I) \cap (II) \rightarrow m = 0, 1$

۱۰- $f(x) = \dfrac{x}{1 - x|x|}$ چند نقطه بحرانی؟ ۱ نقطه

$x \geq 0 \rightarrow y = \dfrac{x}{1-x^2} \rightarrow y' = \dfrac{(1-x^2) - (-2x)x}{(1-x^2)^2} = \dfrac{1+x^2}{(1-x^2)^2} \neq 0$

$x < 0 \rightarrow y = \dfrac{x}{1+x^2} \rightarrow y' = \dfrac{(1+x^2) - (2x)x}{(1+x^2)^2} = \dfrac{1-x^2}{(1+x^2)^2}$

$1 - x^2 = 0 \rightarrow x = \pm 1 \rightarrow x = -1$ ✓, $x = +1$ ✗

(۲)