Date: مهتا محلاطی - پاسخ تکلیف   Sub:

۱- $f(x) = 1 - \frac{a}{x}$ $[1,3]$ برابر با آهنگ تحولات در کدام نقطه؟

$f'(x) = +\frac{a}{x^2}$

آهنگ متوسط $= \frac{f(3) - f(1)}{3-1} = \frac{1 - \frac{a}{3} - 1 + a}{2} = \frac{\frac{2a}{3}}{2} = \frac{a}{3}$

$\frac{a}{3} = \frac{a}{x^2} \longrightarrow x = \sqrt{3}$

۲- $y = 2a x^2 - 5x + 18a$ در نقطه A بر نیمساز ناحیه سوم مختصات مماس. $a = ?$

$-x^2 - 5x + 9$

$y = x \longrightarrow$ شیب $=1$ ۲۵-۳۶

$a = -\frac{1}{2}$

$y' = 4a x - 5$

$1 = 4ax - 5 \longrightarrow 6 = 4ax$

$x = \frac{6}{4a} = \frac{3}{2a}$

$x = 2a x^2 - 5x + 18a$

$0 = a \times \frac{9}{4a^2} - \frac{9}{2a} + 9a \leftarrow 0 = ax^2 - 3x + 9a \leftarrow 0 = 2ax^2 - 6x + 18a$

$0 = \frac{1}{4a} - \frac{1}{2a} + a \longrightarrow 0 = 1 - 2 + 4a^2 \longrightarrow 4a^2 = 1 \longrightarrow a^2 = \frac{1}{4} \longrightarrow a = \pm\frac{1}{2}$

۳- مقدار min نسبی $y = x^3 - 12x + 2$ ؟

$y = x^3 - 12x + 2 \longrightarrow y' = 3x^2 - 12 = 0$

$3(x^2 - 4) = 0 \longrightarrow 3(x-2)(x+2) = 0$

		-2		2	
y'	$+$		$-$		$+$
y	$\nearrow$	max	$\searrow$	min	$\nearrow$

$y(2) = 8 - 24 + 2 = -14$ ✓

$y(-2) = -8 + 24 + 2 = 18$

۴- $y = x^3 + ax^2 - 2bx - 4$ در نقطه‌ای به طول صفر و ۲- دارای اکسترمم نسبی است

$y = x^3 + ax^2 - 2bx - 4 \rightarrow y = x^3 + 3x^2 - 4$ فاصله بین نقاط اکسترمم نسبی

$y' = 3x^2 + 2ax - 2b$ $(0, -4)$ $(-2, 0)$

$-2 \rightarrow -8 + 12 - 4 = 0$

$\xrightarrow{0}$ $-2b = 0 \longrightarrow b = 0$

$\xrightarrow{-2}$ $12 - 4a - \cancel{2b} = 0 \longrightarrow 12 = 4a \longrightarrow a = 3$

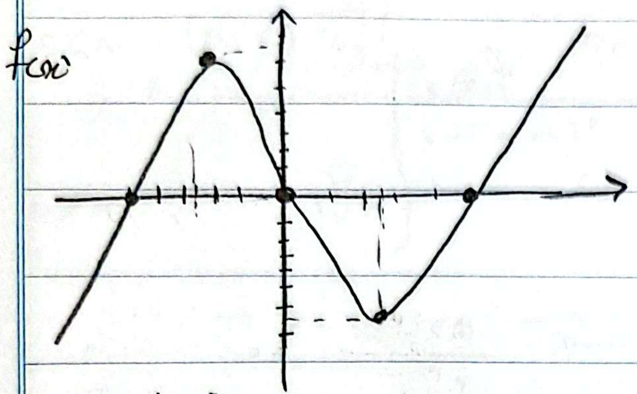
$d = \sqrt{(0+4)^2 + (-2-0)^2} = \sqrt{16+4} = 2\sqrt{5}$

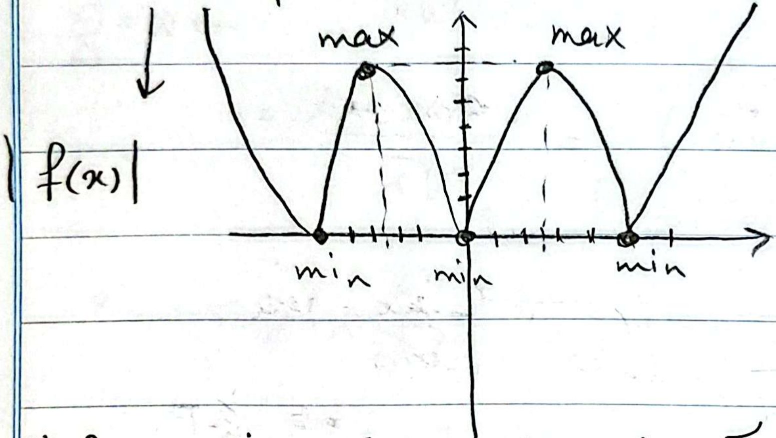
Date: Sub:

۵- $f(x)=x^2-5|x|$ ، m و n به ترتیب تعداد نقاط max و min تابع $y=|f(x)|$ ، مقدار $\frac{n}{m}$

$$f(x)=\begin{cases} x^2-5x & x\geq 0 \\ x^2+5x & x<0 \end{cases}$$

$\frac{25}{4}-\frac{25}{2}=-\frac{25}{4}=-6/...$





$\frac{n}{m}=\frac{3}{2}$

۶- $y=|f(x)|$ که در آن $f(x)=x(|x|+3)$ چند نقطه بحرانی ؟ ۱ نقطه

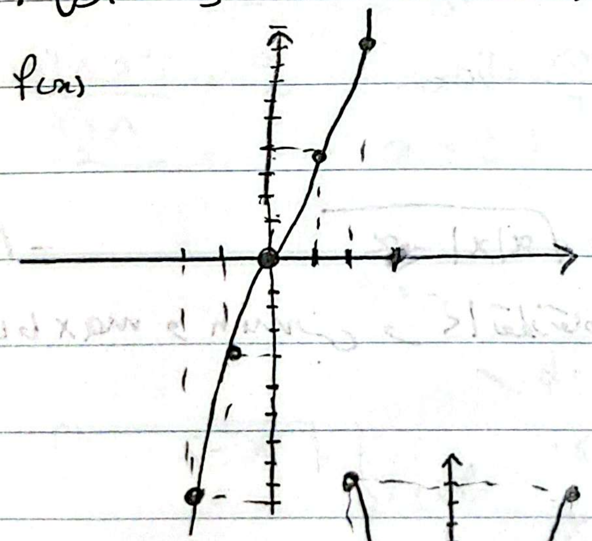
$$f(x)=\begin{cases} x^2+3x & x\geq 0 \\ -x^2+3x & x<0 \\ -x(x-3) & \end{cases}$$

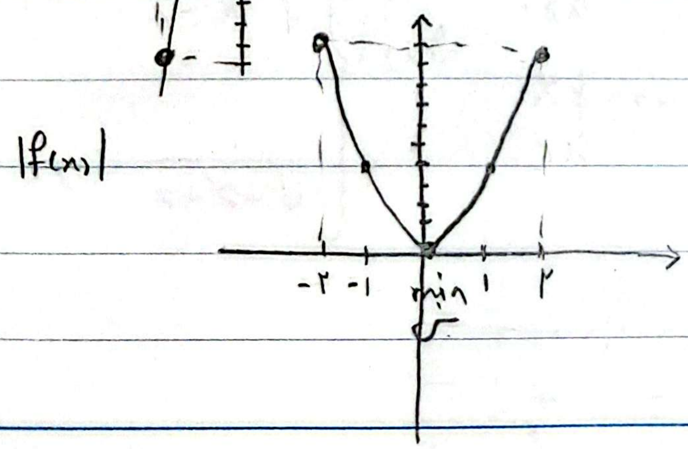
۲+۴

-۹

-۱-۳

-۴-۴





Date: Sub: مطلق max

۷ـ $f(x)=\sqrt[3]{x^2}\,|x-a|$ روی بازهٔ $[0,a]$ برابر ۱/۵ است . $a=?$

$$f'(x)=\begin{cases}\dfrac{5x-2a}{3\sqrt[3]{x}} & x\geq a\\[2ex] \dfrac{-5x+2a}{3\sqrt[3]{x}} & x<a\end{cases}\qquad f(x)=\begin{cases}\sqrt[3]{x^2}\,(x-a) & x\geq a\\[2ex] -\sqrt[3]{x^2}\,(x-a) & x<a\end{cases}$$

$$\frac{2x}{3x\sqrt[3]{x}}(x-a)+1\left(\sqrt[3]{x^2}\right)\longrightarrow \frac{5x-2a}{3\sqrt[3]{x}}=0\ \rightarrow x=\frac{2a}{5}$$

$$\frac{2x}{3x\sqrt[3]{x}}(-x+a)-1\left(\sqrt[3]{x^2}\right)=\frac{-5x+2a}{3\sqrt[3]{x}}=0$$

	0		$\frac{2a}{5}$		a	
y'	$-$	$+$		$-$		$+$
y	↘ min	↗	max	↘	min	↗

$$\sqrt[3]{\frac{4}{25}a^2}\times\frac{3}{5}a=\frac{3}{4}$$

$$\frac{4}{25}a^2\times\frac{a^3}{125}=\frac{1}{8}$$

$$a^5=\frac{125\times 25}{8\times 4}$$

$$a=\frac{5}{2}=2/5$$

۸ـ $f(x)=\sqrt{x|x|-x}$ ، k و m بترتیب تعداد max و min ها و n تعداد نقاط بحرانی تابع f باشند ، $\dfrac{km+n}{k-n}=?$

$$\frac{6+1}{2}=\frac{7}{2}$$

$$f'(x)=\begin{cases}\dfrac{2x-1}{2\sqrt{x^2-x}}=0\ \rightarrow x=\frac{1}{2}\ ✓ & x\geq 0\\[2ex] \dfrac{-2x-1}{2\sqrt{-x^2-x}}\ \rightarrow x=\frac{1}{2}\ ✗ & x<0\end{cases}\qquad f(x)=\begin{cases}\sqrt{x^2-x} & x\geq 0\\[2ex] \sqrt{-x^2-x} & x<0\end{cases}$$

		0		$\frac{1}{2}$		1	
	$+$		$-$		$+$		$-$
	↗		↘		↗		↘

Date: Sub:

۹- به ازای چند مقدار صحیح m، تابع $y = \dfrac{mx+2}{x-1+m}$ روی بازه‌ی $(1, +\infty)$ نزولی؟

$$y' = \frac{m(x-1+m) - (1)(mx+2)}{(x-1+m)^2}$$

$x=1$ صفر کند $\rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \rightarrow m=2$, $m=-1$

۱۰- $f(x) = \dfrac{x}{1-x|x|}$ چند نقطه بحرانی؟ ۱ نقطه

$$x \geq 0 \rightarrow y = \frac{x}{1-x^2} \rightarrow y' = \frac{(1-x^2) - (-2x)x}{(1-x^2)^2} = \frac{1+x^2}{(1-x^2)^2} \neq 0$$

$$x < 0 \rightarrow y = \frac{x}{1+x^2} \rightarrow y' = \frac{(1+x^2) - (2x)x}{(1+x^2)^2} = \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2}$$

$1 - x^2 = 0 \rightarrow x = \pm 1 \rightarrow x = -1$ ✓

$x = +1$ ×