

حرفا حقیقی

1 آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = 1 - \frac{a}{x}$ در بازه $[1, 3]$ با آهنگ لحظه‌ای تغییر این تابع در نقطه‌ای با کدام طول برابر است؟ $(a \neq 0)$ (2)

$$f'(x) = \frac{a}{x^2}$$

$$\frac{1 - \frac{a}{3} - 1 + a}{3 - 1} = \frac{a}{3} = \frac{a}{x^2} \Rightarrow x = \sqrt{3}$$

2 سهمی $y = 2ax^2 - 5x + 18a$ در نقطه‌ی A بر نیمساز ناحیه‌ی سوم محورهای مختصات مماس است، مقدار a را بیابید.

$$18 - 20 + 72a^2 = 4$$

$$72a^2 = 18 \Rightarrow a^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow a = \pm \frac{1}{2}$$

سبب $y = +x$

3 مقدار مینیمم نسبی تابع $y = x^3 - 12x + 2$ را بیابید.

$$3x^2 - 12 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$$

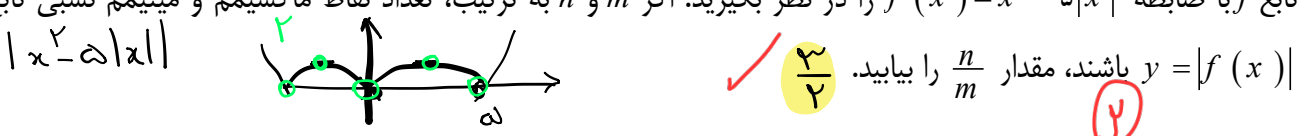
در $x = 2$ $y = 8 - 24 + 2 = -14$ (2)

4 نمودار تابع $y = x^3 + ax^2 - 2x - 4$ در نقاطی به طول صفر و -2 دارای اکسترمم نسبی است. فاصله‌ی بین نقاط اکسترمم نسبی این تابع را بیابید.

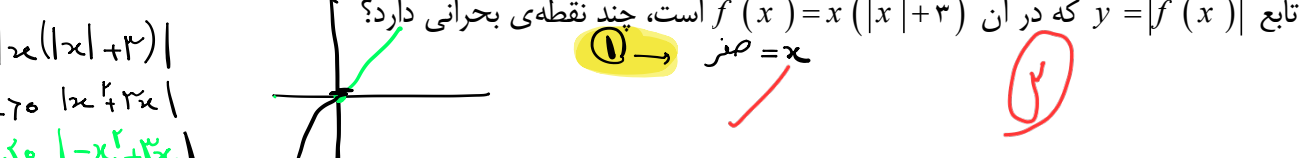
$$3x^2 + 2ax - 2 = 0$$

$$a = 3 \Rightarrow 3x^2 - 2 = 0 \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{2}{3}}$$

5 تابع f با ضابطه $f(x) = x^2 - 5|x|$ را در نظر بگیرید. اگر m و n به ترتیب، تعداد نقاط ماکسیمم و مینیمم نسبی تابع $y = |f(x)|$ باشند، مقدار $\frac{n}{m}$ را بیابید.



6 تابع $y = |f(x)|$ که در آن $f(x) = x(|x| + 3)$ است، چند نقطه‌ی بحرانی دارد؟



7 ماکسیمم مطلق تابع $f(x) = \sqrt{x^2}|x - a|$ روی بازه‌ی $[0, a]$ برابر $\frac{1}{5}$ است. مقدار a را بیابید.

$$\frac{a^2}{2} \times \frac{2a}{2a} = \frac{a^2}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{5}$$

8 تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = \sqrt{x}|x| - x$ را در نظر بگیرید. اگر m و n به ترتیب تعداد نقاط بحرانی تابع f باشند، مقدار $\frac{km + n}{k - n}$ کدام است؟

$m = 1$ (نقطه max), $k = 4$ (نقطه بحرانی), $n = 0$ (نقطه min)

جواب! (2)

9 به ازای چند مقدار صحیح m تابع $y = \frac{mx + 2}{x - 1 + m}$ روی بازه‌ی $(1, +\infty)$ نزولی است؟ $(m \neq 2)$

$$m^2 - m - 2 < 0 \Rightarrow (m - 2)(m + 1) < 0 \Rightarrow -1 < m < 2$$

مقدار صحیح m: 0, 1 (2)

10 تابع $f(x) = \frac{x}{1 - x|x|}$ چند نقطه‌ی بحرانی دارد؟

$$\frac{x}{1 - x^2} \rightarrow \frac{1 - x^2 - (-2x^2)}{1 - x^2} = \frac{1 + x^2}{1 - x^2}$$

1 (2)