

# خواص

آهنگ متوسط تغییر تابع  $f(x) = 1 - \frac{a}{x}$  در بازه  $[1, 3]$  با آهنگ لحظه‌ای تغییر این تابع در نقطه‌ای با کدام طول برابر است؟  $(a \neq 0)$

$f'(x) = \frac{a}{x^2}$

$$\frac{1 - \frac{a}{3} - (1 - \frac{a}{1})}{3 - 1} = \frac{a}{x^2} \Rightarrow x = \sqrt{3}$$

سهمی  $y = 2ax^2 - 5x + 18a$  در نقطه‌ی  $A$  بر نیمساز ناحیه‌ی سوم محورهای مختصات مماس است، مقدار  $a$  را بیابید.

$18 - 20 + 72a^2 = 4$   
 $72a^2 = 18 \Rightarrow a^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow a = \pm \frac{1}{2}$

$2ax - 5 = +1 \Rightarrow x = \frac{4}{2a} = \frac{2}{a}$

$x \times 2ax - \frac{4^2}{4a} - \frac{20}{2a} + 18a = \frac{4}{2a}$

مقدار مینیمم نسبی تابع  $y = x^3 - 12x + 2$  را بیابید.

$3x^2 - 12 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$

در  $x = 2$ :  $8 - 24 + 2 = -14$  (Min)

نمودار تابع  $y = x^3 + ax^2 - 2x - 4$  در نقاطی به طول صفر و  $-2$  دارای اکسترمم نسبی است. فاصله‌ی بین نقاط اکسترمم نسبی این تابع را بیابید.

$3x^2 + 2ax - 2 = 0$   
 $x = -2 \Rightarrow y = -8 + 4a - 4 = 0 \Rightarrow 4a = 12 \Rightarrow a = 3$

فاصله:  $\sqrt{(2)^2 + (-2)^2} = 2\sqrt{2}$

تابع  $f$  با ضابطه  $f(x) = x^2 - 5|x|$  را در نظر بگیرید. اگر  $m$  و  $n$  به ترتیب، تعداد نقاط ماکسیمم و مینیمم نسبی تابع  $y = |f(x)|$  باشند، مقدار  $\frac{n}{m}$  را بیابید.

تعداد نقاط ماکسیمم: 3  
 تعداد نقاط مینیمم: 2

$\frac{n}{m} = \frac{2}{3}$

تابع  $y = |f(x)|$  که در آن  $f(x) = x(|x| + 3)$  است، چند نقطه‌ی بحرانی دارد؟

صفر  $x = 0$

در  $x > 0$ :  $|x^2 + 3x|$   
 در  $x < 0$ :  $| -x^2 + 3x |$

ماکسیمم مطلق تابع  $f(x) = \sqrt{x^2} |x - a|$  روی بازه‌ی  $[0, a]$  برابر  $1/5$  است. مقدار  $a$  را بیابید.

$\frac{a \times \frac{1}{5}}{\frac{1}{5} + 1} = \frac{a}{6} = \max$   
 $a = 1/5$

تابع  $f$  با ضابطه‌ی  $f(x) = \sqrt{x|x|} - x$  را در نظر بگیرید. اگر  $m$  و  $n$  به ترتیب تعداد نقاط ماکسیمم و مینیمم نسبی و تعداد نقاط بحرانی تابع  $f$  باشند، مقدار  $\frac{km + n}{k - n}$  کدام است؟

تعداد نقاط بحرانی: 3  
 تعداد نقاط ماکسیمم: 1  
 تعداد نقاط مینیمم: 1

$\frac{km + n}{k - n} = \frac{1 \times 3 + 1}{1 - 1}$  (undefined)

به ازای چند مقدار صحیح  $m$  تابع  $y = \frac{mx + 2}{x - 1 + m}$  روی بازه‌ی  $(1, +\infty)$  نزولی است؟

$m^2 - m - 2 < 0 \Rightarrow (m - 2)(m + 1) < 0$   
 $-1 < m < 2$   
 مقادیر صحیح  $m$ : 0, 1

تابع  $f(x) = \frac{x}{1 - x|x|}$  چند نقطه‌ی بحرانی دارد؟

در  $x > 0$ :  $\frac{x}{1 - x^2} \rightarrow \frac{1 - 2x^2}{1 - x^2} = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt{2}}$

در  $x < 0$ :  $\frac{x}{1 + x^2} \rightarrow \frac{1 - 2x^2}{1 + x^2} = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt{2}}$