Subject:
Year: Month: Day:

پردیس ایرانپور ۱۸٫۲۵

page: ( )

۱

$f(x) = 1 - \frac{a}{x} \qquad f(1) = 1 - a \qquad f(3) = 1 - \frac{a}{3} \qquad \frac{1 - \frac{a}{3} - (1-a)}{3-1} = \frac{\frac{2a}{3}}{2} = \frac{a}{3}$

$f'(x) = \frac{a}{x^2} \qquad \frac{a}{x^2} = \frac{a}{3} \to x = \pm\sqrt{3} \to \begin{cases} x = -\sqrt{3} & \times \\ x = \sqrt{3} & \checkmark \end{cases}$

۱٫۷۵

۲

$2ax^2 - 5x + 18a = x \to 2ax^2 - 6x + 18a = 0 \to ax^2 - 3x + 9a = 0$

$x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 36a^2}}{2a} \qquad 36a^2 = 9 \to a^2 = \frac{1}{4} \to a = \pm\frac{1}{2} \to a = -\frac{1}{2}$

$y' = 4ax - 5 = 1 \to 4ax = 6 \qquad x = \frac{6}{4a} \to a < 0$

$x < 0$ ← ناحیه ۳

۲

۳

$y = x^3 - 12x + 2 \qquad y' = 3x^2 - 12 \qquad 3x^2 - 12 = 0 \to x^2 = 4 \to x = \pm 2$

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$
y'	$+$	$-$	$+$	
y	↗	↘	↗	

۲

min $\begin{vmatrix} 2 \\ 8 - 24 + 2 = -14 \end{vmatrix} \qquad \begin{vmatrix} 2 \\ -14 \end{vmatrix}$

۴

$y' = 3x^2 + 2ax - 2b \xrightarrow{x=0} y' = -2b = 0 \to b = 0$

$x = -2 \to y' = 12 - 4a = 0 \to a = 3$

$y' = 3x^2 + 6x \qquad y = x^3 + 3x^2 - 4$

$\sqrt{(-2-0)^2 + (0+4)^2} = \sqrt{4 + 16} = 2\sqrt{5}$

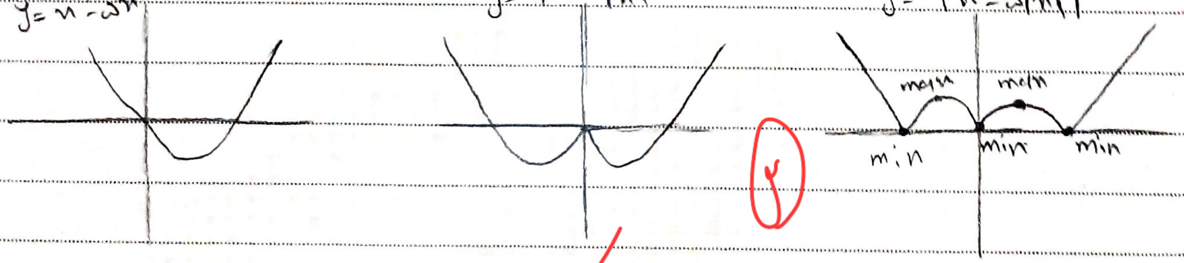
x		-2	0
y'	$+$	$-$	$+$
y	↗	↘	↗

$\begin{vmatrix} -2 \\ 0 \end{vmatrix} \qquad -4 \qquad \begin{vmatrix} 0 \\ -4 \end{vmatrix}$

۲

۵

$y = x^2 - 5x \qquad y = x^2 - 5|x| \qquad y = |x^2 - 5|x||$



۲

$m = 2 \qquad n = 3 \qquad \frac{n}{m} = \frac{3}{2}$

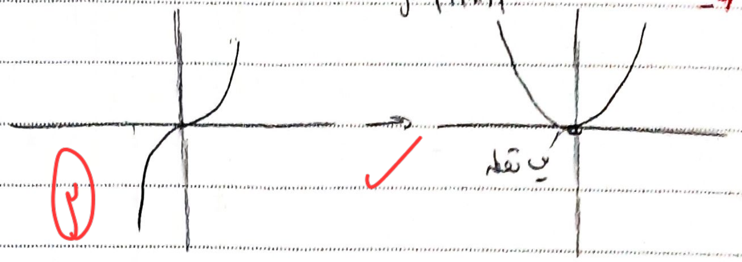
Arman

_۶

$f(x) = x(|x|+۳)$

$x>۰ \to f(x) = x^۲+۳x$

$x<۰ \to f(x) = -x^۲+۳x$



_۷

$۰<x<a \to |x-a| = a-x \qquad f(x) = \sqrt[۳]{x^۲}\,(a-x) = ax^{\frac{۲}{۳}} - x^{\frac{۵}{۳}}$

۱

$f'(x) = \frac{۲}{۳}ax^{-\frac{۱}{۳}} - \frac{۵}{۳}x^{\frac{۲}{۳}} = \frac{۲}{۳}x^{-\frac{۱}{۳}}\left(a-\frac{۵}{۲}x\right) = \frac{۲\left(a-\frac{۵}{۲}x\right)}{۳\sqrt[۳]{x}}$

$\frac{۲\left(a-\frac{۵}{۲}x\right)}{۳\sqrt[۳]{x}} = ۰$

$x\in[۰,a] \to |x-a| = -(x-a) \to f(x) = -\sqrt[۳]{x^۲}(x-a) = -x^{\frac{۵}{۳}}+ax^{\frac{۲}{۳}}$

$f'(x) = -\frac{۵}{۳}x^{\frac{۲}{۳}}+\frac{۲}{۳}ax^{-\frac{۱}{۳}}=۰ \to \frac{۱}{۳}x^{-\frac{۱}{۳}}(-۵x+۲a)=۰ \to \begin{cases} x=۰ \\ x=\frac{۲}{۵}a \to max \end{cases}$

$f(x_{max}) = ۱٫۵ \to f\left(\frac{۲}{۵}a\right) = \frac{۳}{۲} \to -\sqrt[۳]{\frac{۴}{۲۵}a^۲}\left(\frac{۲}{۵}a-a\right) = \frac{۳}{۲} \to a\times\sqrt[۳]{\frac{۴}{۲۵}a^۲} = \frac{۵}{۲}$

$\xrightarrow{\text{توان ۳}} a^۳\times\frac{۴}{۲۵}a^۲ = \frac{۱۲۵}{۸} \to a^۵ = \frac{۱۲۵}{۸}\times\frac{۲۵}{۴} = \left(\frac{۵}{۲}\right)^۵ \to a = \frac{۵}{۲} = ۲٫۵$

_۸

$f(x) = \sqrt{x|x|-x} = \sqrt{x(|x|-۱)} \to x(|x|-۱)\geq ۰$

	-۱		۰		۱	
-		+		-		+

$x\geq ۱ \to f(x) = \sqrt{x^۲-x} \to f'(x) = \frac{۲x-۱}{۲\sqrt{x^۲-x}} = ۰ \to x=\frac{۱}{۲}$ غ ق ق

۲

$-۱\leq x\leq ۰ \to f(x) = \sqrt{-x^۲-x} \to f'(x) = \frac{-۲x-۱}{۲\sqrt{-x^۲-x}} = ۰ \to x= \quad x=-\frac{۱}{۲}$

	$-\frac{۱}{۲}$	
+		-

max نسبی

$x=۰, -۱, -\frac{۱}{۲}, ۱$ بحرانی $\qquad \frac{km+n}{k-n} = \frac{۴\times ۱+۰}{۴-۰} = ۱$

_۹

$y' = \frac{m(x-۱+m)-(mx+۲)(۱)}{(x-۱+m)^۲} = \frac{m^۲-m-۲}{(x-۱+m)^۲}$

۲

$\to m^۲-m-۲<۰ \to (m-۲)(m+۱)<۰$

	-۱		۲	
+		-		+

$\to m = ۰, ۱$

۲ عدد

Subject:

Year: Month: Day:

page: ( )

$$f(x) = \frac{x}{1-x|x|} \xrightarrow{x>0} \frac{x}{1-x^2} \Rightarrow f'(x) = \frac{1(1-x^2) - (-2x)(x)}{(1-x^2)^2}$$

1.5 — ۱۵

$$= \frac{1-x^2+2x^2}{(1-x^2)^2} = \frac{1+x^2}{(1-x^2)^2} \Rightarrow x = \pm 1$$

تن

$$x<0 \quad \frac{x}{1+x^2} \Rightarrow f'(x) = \frac{1(1+x^2) - 2x(x)}{(1+x^2)^2} = \frac{1+x^2-2x^2}{(1+x^2)^2}$$

$$D_{f(x)}: 1 - x|x| = 0 \longrightarrow x|x| = 1 \longrightarrow \begin{cases} x \geq 0 & x^2 = 1 \rightarrow x = 1 \checkmark \\ x \leq 0 & -x^2 = 1 \rightarrow x^2 = -1 \ \times \end{cases} \longrightarrow D_f = \mathbb{R} - \{1\}$$

$$= \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2} = 0 \longrightarrow x = \pm 1$$

تعریف نشده ۲ نقطه

مشتق تابع

$$\begin{cases} x \geq 0 \rightarrow f'(x) = \dfrac{1-x^2+2x^2}{(1-x^2)^2} = \dfrac{x^2+1}{(1-x^2)^2} \rightarrow x^2 = -1 \ \times \\ x < 0 \rightarrow f'(x) = \dfrac{1+x^2-2x^2}{(1+x^2)^2} = \dfrac{1-x^2}{(1+x^2)^2} \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = -1 \checkmark \end{cases}$$

→ یک نقطه بحرانی