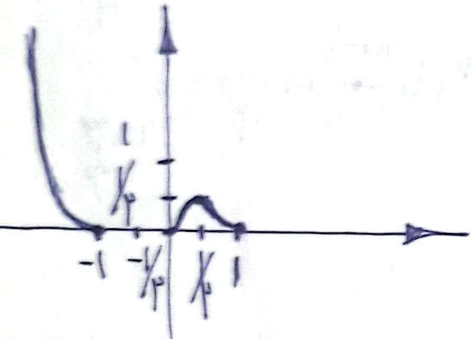
۱۶

$$f(x)\begin{cases} \xrightarrow{x\geq 0} \sqrt{x-x^2}=\sqrt{x(1-x)} \Rightarrow [0,1] \\ \xrightarrow{x\leq 0} \sqrt{x+x^2}=\sqrt{x(1+x)} \Rightarrow (-\infty,-1] \end{cases}$$



$m = \max = 1$

$n = \min = 0$

$k =$ [illegible] $= ۳$

$\Rightarrow m+n+k=۴$

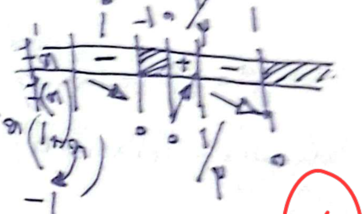
$$\Rightarrow f'(x)\begin{cases} \xrightarrow{x\geq 0} \dfrac{1-2x}{2\sqrt{x-x^2}} \to x=\frac{1}{2} \\ \xrightarrow{x\leq 0} \dfrac{1+2x}{2\sqrt{x+x^2}} \end{cases}$$

$x(1-x)$

$x(1+x) \to -1$

✓ نوشتن جدول

(۱



۱٫۵

$x(1-|x|)\geq 0 \longrightarrow \underset{+\ |\ -\ |\ +\ |\ -}{-1 \quad 0 \quad 1} \longrightarrow D_f=(-\infty,-1]\cup[0,1]$

$f'(x)=\dfrac{1-2|x|}{2\sqrt{x(1-|x|)}} \longrightarrow 1-2|x|=0 \longrightarrow x=\begin{cases}\frac{1}{2} & ✓\\ -\frac{1}{2} & ✗\end{cases}$

نقاط صفر و ±۱ ← بحرانی ← $K=۴$

$M+N+K=۵$

$f(x)=\sqrt{x}+\sqrt{a-2x} \rightarrow \begin{cases} x\geq 0 \\ a-2x\geq 0 \end{cases} \rightarrow x\leq \frac{a}{2} \xrightarrow{\cap} 0\leq x\leq \frac{a}{2}$

$f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}+\frac{-2}{2\sqrt{a-2x}}=\frac{1}{2\sqrt{x}}-\frac{1}{\sqrt{a-2x}} \xrightarrow{y'=0} \frac{1}{2\sqrt{x}}-\frac{1}{\sqrt{a-2x}}=0 \rightarrow x=\frac{a}{6}$

$\begin{cases} x=0 \rightarrow y=f(0)=\sqrt{a} \\ x=\frac{a}{2} \rightarrow y=f(\frac{a}{2})=\sqrt{\frac{a}{2}} \rightarrow \min \\ x=\frac{a}{6} \rightarrow y=f(\frac{a}{6})=3\sqrt{\frac{a}{6}} \rightarrow \max \end{cases}$

$\min \times \max=\sqrt{12} \rightarrow 3\sqrt{\frac{a^2}{12}}=\sqrt{12} \xrightarrow{a>0} \frac{3a}{\sqrt{12}}=\sqrt{12}$

$3a=12 \rightarrow a=4 \rightarrow [a]=4$

$f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}-\frac{2}{2\sqrt{a-2x}}=\frac{\sqrt{a-2x}-2\sqrt{x}}{4\sqrt{x}\times\sqrt{a-2x}} \Rightarrow \sqrt{a-2x}=2\sqrt{x} \Rightarrow 4x=a-2x \Rightarrow a=6x$ (۲

$x>0 \quad a-2x>0 \Rightarrow 2x<a$

$\max f(x)=\sqrt{x}+\sqrt{4x}=\sqrt{x}+2\sqrt{x}=3\sqrt{x}$

$\min \Rightarrow \sqrt{a}=\sqrt{6x}$

$x=0$

~~$a \Rightarrow \min x$~~

$\Rightarrow 3\sqrt{x}\times\sqrt{6x}=3\sqrt{6x^2}=12 \Rightarrow 6x^2=16 \xRightarrow{x>0} x=+\frac{16}{3}$ ①

$\Rightarrow a=[\frac{16}{3}\times 6]=16$

$f(x) \xrightarrow{x\geq 2,\ x\leq -2} \frac{x^2}{x^2-1}(x^2-4)$

$f(x) \xrightarrow{-2<x<2} \frac{x^2}{x^2-1}(-x^2+5)$

		-1		0		$+1$	
$f'(x)$	$-$		$+$		$-$		$+$
$f(x)$	↘		↗		↘		↗

$\Rightarrow$ ۳ نقطه

$f'(x) \xrightarrow{x\geq 2,\ x\leq -2} \frac{2x(x^2-1)-2x(x^2)}{(x^2-1)^2}(x^2-5)+(2x)(\frac{x^2}{x^2-1})$

$=\frac{-2x}{(x^2-1)^2}(x^2-5)+\frac{2x^3}{x^2-1}=\frac{-2x^3+8x+2x^5-2x^3}{(x^2-1)^2}=\frac{-4x^3+2x^5+8x}{(x^2-1)^2}$

$2x(-2x^2+x^4+5)$ → 0 ، نداره ، ± 1

$f'(x) \xrightarrow{-2<x<2}$ ~~$\frac{2x^3-8x-2x^5+2x^3}{(x^2-1)^2}$~~ (۳ ⑴,۵

$\rightarrow f'(x)=\pm\frac{(4x^3-8x)(x^2-1)-(x^4-4x^2)2x}{(x^2-1)^2}=0 \rightarrow \pm(2x^5-4x^3+8x)=0$

$\rightarrow \pm 2x(x^4-2x^2+4)=0 \rightarrow \begin{cases} \pm 2x=0 \rightarrow x=0 \\ x^4-2x^2+4=0 \rightarrow \times \text{ ریشه} \end{cases}$

ریشه های داخل قدرمطلق ← ±۲ ← ext ـــــ تعداد نقاط اکسترمم = ۳

-۴

$y' = ۳ax^۲ + ۲bx + c \xrightarrow{x=۱} ۳a + ۲b = ۰$

$\xrightarrow{x=۰} ۰ + ۰ + c = ۰ \Rightarrow c = ۰$

$\xrightarrow{x=۱} y = a + b + \cancel{c} + \cancel{d} = ۱ \Rightarrow ۳a + ۳b = ۳$

$\xrightarrow{x=۰} a\cdot۰ + ۰ + ۰ + d = ۰ \Rightarrow d = ۰$

$\Rightarrow b = ۳ \quad ۳a + ۹ = ۳ \Rightarrow ۳a = -۶ \Rightarrow a = -۲$

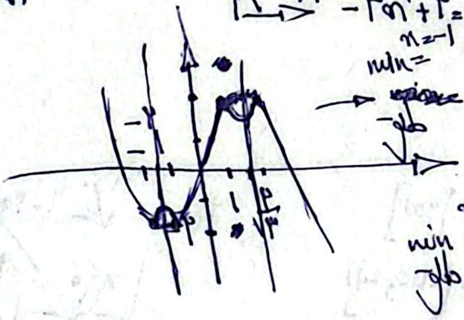
$\Rightarrow ab = +۳a - ۲ = -۶$ ✓ ۲

-۵

$f(x) \begin{cases} \xrightarrow{x<-\sqrt{۳},\ x>\sqrt{۳}} x(-۳+x^۲) = -۳x + x^۳ \\ \xrightarrow{-\sqrt{۳}<x<\sqrt{۳}} x(-x^۲+۳) = -x^۳ + ۳x \end{cases}$

$\Rightarrow f'(x) \begin{cases} \xrightarrow{x<-\sqrt{۳},\ x>\sqrt{۳}} -۳ + ۳x^۲ = ۳(x^۲-۱) \longrightarrow \pm۱ \\ \xrightarrow{-\sqrt{۳}<x<\sqrt{۳}} -۳x^۲ + ۳ = ۳(-x^۲+۱) \end{cases}$

		-۱		۱	
$f'(x)$	−		+		−
$f(x)$	↘	-۲	↗	+۲	↘



$\xrightarrow{x=-۱}$ min نسبی $\Rightarrow ۱/۵\,|۳ - ۲/۲۵| = -۲\times ۰/۷۵\ ۱/۵$

۰/۷۵

$\xrightarrow{a=-۱}$ min نسبی $-۱\,|۳-۱| = -۲$ ✓ ۲

-۶

$y' = -۳x^۲ + ۶ax \xRightarrow{x=-۱} -۳ - ۶a = ۰ \Rightarrow ۶a = -۳ \Rightarrow a = -\frac{۱}{۲}$

$a<۰ \to y = -x^۳ + ۳ax^۲ + b$

$\Rightarrow -x^۳ - \frac{۳}{۲}x^۲ + b \xrightarrow{x=-۱} ۱ - \frac{۳}{۲} + b = ۱ \to b = \frac{۳}{۲}$

$\Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{\frac{۳}{۲}}{-\frac{۱}{۲}} = -۳$ ✓ ۲

-۷

$y' \Rightarrow ۳x + ۱ = ۰ \Rightarrow x = -\frac{۱}{۳} \Rightarrow \frac{a}{a+۱} = \frac{۲}{۳} \Rightarrow a = ۲$

$\xrightarrow{x=-\frac{۱}{۳}} y = \frac{۳}{۲}\left(\frac{۱}{۹}\right) - \frac{۱}{۳} + \frac{a}{۶} = \frac{۲}{۳}$

$\Rightarrow y = \frac{۲x + \frac{۴}{۳}}{۳x+۱} = ۰ \Rightarrow x = -\frac{۲}{۳}$ ✓ ۲

-۸

$f\left(\frac{۱}{۴}\right) - \frac{۱}{۲}a + ۱ = ۰ \Rightarrow ۲ - \frac{a}{۲} = ۰ \Rightarrow a = ۴$ ✓

$\frac{bx^۲+۷}{(۲x+۱)^۲} = ۳$

$۱۲x^۲ + ۱۲x + ۳ = bx^۲ + ۷$

$\Rightarrow ۳(۲x+۱)^۲ - ۷ = bx^۲$

$(۱۲-b)x^۲ + ۱۲x - ۴ = ۰$

$۱۴۴ + ۱۶(۱۲-b) = ۰ \Rightarrow \frac{۱۴۴}{-۱۶} = ۱۲ - b$

$y' = \frac{۲bx(۴x^۲+۴x+۱) - (۸x+۴)(bx^۲+۷)}{۴x^۲+۴x+۱} \xrightarrow{x=۱}$ ۱

$\frac{۲b(۹) - (۱۲)(b+۷)}{۹} = ۰ \longrightarrow ۱۸b - ۱۲b - ۷ = ۰$

$\Rightarrow ۶b - ۷ = ۰ \Rightarrow b = \frac{۷}{۶}$

$x=۲ \longrightarrow \frac{۴b(۱۶+۹) - (۲۰)(۴b+۷)}{۲۵} = ۰ \longrightarrow ۶۴b + ۳۶ - ۸۰b - ۱۴۰ = ۰$

$\Rightarrow -۱۶b - ۱۰۴ = ۰ \Rightarrow \frac{۱۰۴}{-۱۶} = b$

$b = ۱۲ - \frac{۱۴۴}{۱۶} = \frac{۱۹۲-۱۴۴}{۱۶} = \frac{۴۸}{۱۶} = ۳ \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{۳}{۴}$

مجانب افقی $\to \lim_{x\to\infty} \frac{bx^۲+۷}{۴x^۲+ax+۷} \longrightarrow \frac{b}{۴} = ۳ \longrightarrow b = ۱۲$

$\frac{b}{a} = \frac{۱۲}{۴} = ۳$

۹-

$$f'(x)=\frac{۴x^۳(x^۳-۸)-۳x^۲(x^۴)}{(x^۳-۸)^۲}=\frac{۴x^۶-۳۲x^۳-۳x^۶}{(x^۳-۸)^۲}=\frac{x^۳(x^۳-۳۲)}{(x^۳-۸)^۲}$$

$x^۳ \to ۰$, $x^۳-۳۲ \to \sqrt[۳]{۳۲}$, $x^۳-۸ \to ۲$

	۰	۲ *	$\sqrt[۳]{۳۲}$	
+	−	−	+	

$$\sqrt[۳]{۳۲}-۲=\sqrt[۳]{۳۲}-\sqrt[۳]{۸}$$

✓ ۲

۱۰-

$$f'(x)=\frac{۴x^۳(x^۲-۳)-۲x(x^۴-۳)}{(x^۲-۳)^۲}=\frac{۴x^۵-۱۲x^۳-۲x^۵+۶x}{(x^۲-۳)^۲}=\frac{۲x^۵+۱۲x^۳+۶x}{(x^۲-۳)^۲}$$

$(x^۲-۳)^۲ \to \pm\sqrt{۳}$

$۲x(x^۴+۶x^۲+۳)$: $x \to ۰$, $\frac{-۶\pm\sqrt{۱۲}}{۲}=-۳\pm\sqrt{۳}$

	$-۳-\sqrt{۳}$ *	$-\sqrt{۳}$ *	$-۳+\sqrt{۳}$ *	۰	$\sqrt{۳}$ *		
$f'x$	−	−	−	−	+	+	۴

۱

$$f'(x)=\frac{۴x^۳(x^۲-۳)-۲x(x^۴-۳)}{(x^۲-۳)^۲}=\frac{۲x((۲x^۴-۶x^۲)-(x^۴-۳))}{(x^۲-۳)^۲}$$

$۲x^۵-۱۲x^۳+۶x=۰ \to ۲x(x^۴-۶x^۲+۳)=۰ \to \{x=۰$

$\to x^۴-۶x^۲+۳=۰ \xrightarrow{x^۲=t} t^۲-۶t+۳=۰ \to t=\frac{۶\pm\sqrt{۲۴}}{۲}=۳\pm\sqrt{۶} \to \begin{cases} x=\pm\sqrt{۳-\sqrt{۶}} \\ x=\pm\sqrt{۳+\sqrt{۶}} \end{cases}$ غ ق ق

x		$-\sqrt{۳}$		$-\sqrt{۳-\sqrt{۶}}$		۰		$\sqrt{۳-\sqrt{۶}}$		$\sqrt{۳}$	
y'	−	ت ن	−	۰	+	۰	−	۰	+	ت ن	+

→ در ۳ بازه اکیداً نزولی