۱۵/۵

هیلا تابی - ۱۲ دختر A

① $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x^2+x} & x<-1\\ \sqrt{-x^2+x} & 0<x<1\end{cases} \longrightarrow f'(x)\begin{cases}\dfrac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x}} & x<-1\\[2mm] \dfrac{-2x+1}{2\sqrt{-x^2+x}} & 0<x<1\end{cases}$

$f'(x)=0 \xrightarrow[\text{دوم}]{\text{قاعده}} x=\frac{1}{2}$

ماکزیمم

۲

$\boxed{x=-1 \text{ و } 0 \text{ و } 1}$

کما نقطه ماکزیمم = ۱

" مینیمم = ۰

بحرانی = ۴

$1+0+4=\cancel{5}$

④ $f'(x)=3ax^2+2bx+c$

$1|_1 \to a+b+\cancel{c}+\cancel{d}=1$

$1|_0^0 \to d=0$

$1|_0^1 \to 3a+2b+\cancel{c}=0$

$1|_0^0 \to c=0$

۲

$\begin{cases}a+b=1\\3a+2b=0\end{cases} \longrightarrow \begin{matrix}-3\cancel{a}-3b=-3\\3\cancel{a}+2b=0\end{matrix} \quad -b=-3 \begin{cases}b=3\\a=-2\end{cases} \xrightarrow{ab} -6$

⑤ $f(x)=3x-x^3$ در این بازه قدرمطلق ⊕ است

$f'(x)=-3x^2+3 \xrightarrow{=0} x=\pm1$

-1	$+1$	$-1/5$	$\sqrt{3}\simeq 1/7$
-2	2	$\simeq 1/1$	$\simeq 0/18$

مطلق min $=-2$

۲

⑥ $1|_1^{-1} \quad 1+3a+b=1 \to 3a+b=0$

$-x^3+3ax^2+b \xrightarrow{f'(x)} -3x^2+6ax \xrightarrow{1|_0^{-1}} -3-6a=0$

$-\frac{3}{2}+b=0 \quad b=\frac{3}{2} \quad \frac{b}{a}=\frac{\frac{3}{2}}{-\frac{1}{2}}=-3 \quad a=-\frac{1}{2}$

۲

۳) شکل 8

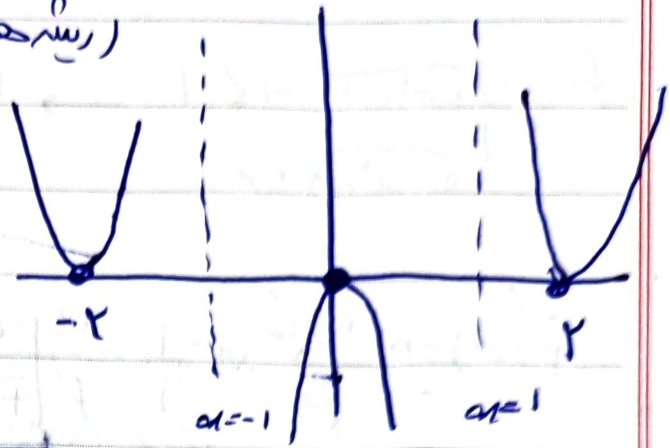
ریشه‌های صورت ← ۲- و ۲ و ۰

(ریشه‌های مخرج) ± 1 = مجانب قائم

$x = \infty$ = مجانب افقی

۲

⇐ دارای ۳ نقطه اکسترمم نسبی



---

۹) ابدا نزولی ⇐ $f'(x)<0$ تابع در دو بازه (۰و۲) و $(2,\sqrt[3]{32})$ ← "ابدا" نزولی

۱٫۵

$$f'(x)=\frac{4x^3(x^3-8)-x^4(3x^2)}{(x^3-8)^2}=\frac{4x^6-32x^3-3x^6}{(x^3-8)^2}$$

$$f'(x)=\frac{x^6-32x^3}{(x^3-8)^2}<0 \xrightarrow[\text{مخرج همواره }+]{\text{صورت}<0} x^3(x^3-32)<0$$

	0		$\sqrt[3]{32}$	
$+$		$-$		$+$

$(0,2)\to$ طول بازه $=2$

$(2,\sqrt[3]{32})\to$ طول بازه $=2(\sqrt[3]{4}-1)<2 \to$ $\text{طول بازه}_{min}=2(\sqrt[3]{4}-1)$

← بازه $(0,\sqrt[3]{32})$ = جواب

---

۱۰) ۱ (پایین صفحه)

$$f(x)=\frac{x^4-3}{x^2-3}\to\frac{4x^3(x^2-3)-2x(x^4-3)}{(x^2-3)^2}$$

$$\frac{4x^5-12x^3-2x^5+6x}{(x^2-3)^2}\to\frac{2x^5-12x^3+6x}{(x^2-3)^2}<0$$

---

۲) ۱

$x\geq 0$ و $x\leq\frac{a}{2}$ $\quad f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}+\frac{-2}{2\sqrt{a-2x}}$

$f'(x)=0 \quad \cancel{2}\sqrt{x}=\cancel{2}\sqrt{a-2x} \quad x=a-2x \quad x=\frac{a}{3}$

x	0	$\frac{a}{2}$	$\frac{a}{3}$
	$\sqrt{a}$	$\sqrt{\frac{a}{2}}$	$\sqrt{\frac{a}{3}}+\sqrt{a-\frac{2a}{3}} = 2\sqrt{\frac{a}{3}}$

max, min

$2\sqrt{\frac{a}{3}}\times\sqrt{a}=\sqrt{12}$

$4\frac{a^2}{3}=12 \quad a=+3$

$f(x)=\sqrt{x}+\sqrt{a-2x} \to \begin{cases} x\geq 0 \\ a-2x\geq 0 \end{cases} \to x\leq \frac{a}{2} \xrightarrow{\cap} 0\leq x\leq \frac{a}{2}$

$f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}+\frac{-2}{2\sqrt{a-2x}}=\frac{1}{2\sqrt{x}}-\frac{1}{\sqrt{a-2x}} \xrightarrow{y'=0} \frac{1}{2\sqrt{x}}-\frac{1}{\sqrt{a-2x}}=0 \to x=\frac{a}{6}$

$\begin{cases} x=0 \to y=f(0)=\sqrt{a} \\ x=\frac{a}{2} \to y=f(\frac{a}{2})=\sqrt{\frac{a}{2}} \to \min \\ x=\frac{a}{6} \to y=f(\frac{a}{6})=3\sqrt{\frac{a}{6}} \to \max \end{cases}$

$\min \times \max=\sqrt{12} \to 3\sqrt{\frac{a^2}{12}}=\sqrt{12} \xrightarrow{a>0} \frac{3a}{\sqrt{12}}=\sqrt{12}$

$3a=12 \to a=4 \to [a]=4$

سوال ۷

$x_{min}=\frac{-b}{2a}=\frac{-1}{2(\frac{3}{2})}=\frac{-1}{3}$

مجانب قائم = ریشه مخرج $=\frac{-d}{c}=\frac{1-a}{a+1}=\frac{-1}{3} \to 3-3a=-a-1 \to 2a=4 \to a=2$

$\to y=\frac{2x+3}{3x+1} \xrightarrow{y=0} 2x+3=0 \to x=\frac{-3}{2}$

قائم $x=-\frac{1}{2}$ $\quad 4(\frac{1}{4})-\frac{1}{2}a+1=0 \quad 2=\frac{1}{2}a \quad a=4$ (1)

افقی $y=3 \xrightarrow[\text{هم‌توان}]{} \frac{bx^2}{4x^2} \to \frac{b}{4}=3 \quad b=12 \quad \frac{b}{a}=3$

2

سوال ۱۰

$2x^5-12x^3+6x=0 \to 2x(x^4-6x^2+3)=0 \to \{x=0$

$\to x^4-6x^2+3=0 \xrightarrow{x^2=t} t^2-6t+3=0 \to t=\frac{6\pm\sqrt{24}}{2}=3\pm\sqrt{6} \to \begin{cases} x=\pm\sqrt{3-\sqrt{6}} \\ x=\pm\sqrt{3+\sqrt{6}} \quad \text{غ‌ق‌ق} \end{cases}$

x		$-\sqrt{3}$		$-\sqrt{3-\sqrt{6}}$		0		$\sqrt{3-\sqrt{6}}$		$\sqrt{3}$	
y'	$-$	ت	$-$		$+$		$-$		$+$	ت	$+$

$\to$ در ۳ بازه اکیداً نزولی