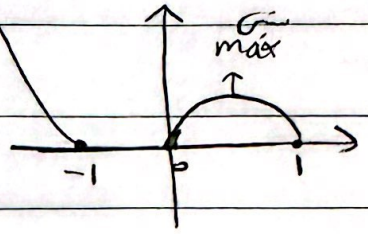
Year. Month. Date.

مریم توکلی دهازدهم A صبح تکلیف ۲۶

سوال ۱)

$f(x) = \sqrt{x(1-|x|)}$ $\xrightarrow{x \geq 0}$ $\sqrt{x-x^2}$ $\rightsquigarrow$ $\sqrt{x(1-x)}$

$x<0$ $\searrow$ $\sqrt{x+x^2}$ $\rightsquigarrow$ $\sqrt{x(1+x)}$



$m=1$
$n=0$
$k=2$
$\xrightarrow{\text{ضرب}} = \boxed{0}$

سوال ۲)

$f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{a-2x}$ $\quad [a] = ?$

$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{-1}{\sqrt{a-2x}} = 0 \rightarrow \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{a-2x}}$

$\Rightarrow 2\sqrt{x} = \sqrt{a-2x} \rightarrow 4x = a-2x \rightarrow 6x = a \Rightarrow x = \frac{a}{6}$

$D_f = [0, \frac{a}{2}]$ $\rightarrow f(0) = \sqrt{a}$

$\searrow f(\frac{a}{2}) = \underbrace{\sqrt{\frac{a}{2}}}_{\min}$

$f(\frac{a}{6}) = \sqrt{\frac{a}{6}} + \sqrt{\frac{2a}{3}} = \frac{3\sqrt{a}}{\sqrt{6}}$ max

$\rightarrow \frac{2a}{\sqrt{12}} = \sqrt{12} \rightarrow 2a = 12 \Rightarrow a = 6$

$\frac{3\sqrt{a}}{\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{2}} = \sqrt{12}\sqrt{12}$

$[a] = \boxed{6}$

سوال ۳)

$f(x) = \frac{x^2}{x^2-1} \left| x^2 - 6 \right|$

$D_f = \mathbb{R} - \{\pm 1\}$

$f(x)$ $\begin{cases} \frac{x^2(6-x^2)}{x^2-1} & -2 \leq x \leq 2 \text{ یا } 2 \leq x \\ \frac{x^2(x^2-6)}{x^2-1} & -2 < x < 2 \end{cases}$

ادامه حل در صفحه بعد

آپادانا

$$f'(x)=\begin{cases}\dfrac{(4x^3-8x)(x^2-1)-(2x)(x^4-4x^2+3)}{(x^2-1)^2} & -2\le x<-1 \text{ یا } 1<x\le 2\\ \dfrac{(8x-4x^3)(x^2-1)-(2x)(4x^2-x^4-3)}{(x^2-1)^2} & -2\le x<2\end{cases}$$

$$f'(x)=\begin{cases}\dfrac{2x(x^4-5x^2+4)}{(x^2-1)^2} & -2\le x<-1 \text{ یا } 1<x\le 2\\ -\dfrac{2x(x^4-5x^2+4)}{(x^2-1)^2} & -2\le x<1\end{cases}$$

(تقاطعی با محور xها $=0$)

$\Rightarrow x=\pm 2$ ← نقطه‌ی برازی + اعداد ± 2 چون ریشه‌های ساده‌ی صورت هستند

تعداد نقاط اکستریم نسبی $=$ ۳ نقطه

سوال ۴)

$A(0,0)$ $B(1,1)$ $y=ax^3+bx^2+cx+d$

$y'=3ax^2+2bx+c$

$x=0 \Rightarrow c=0$

$x=1 \Rightarrow 3a+2b+c=0 \rightsquigarrow 3a+2b=0$

$d=0$, $a+b+c+d=1$

$\Rightarrow a+b=1$ (ضرب در -2) $\Rightarrow -2a-2b=-2$

$3a+2b=0$

$a=-2$, $b=3$, $ab=-6$

سوال ۵)

$f(x)=x|3-x^2|$

در بازه‌ی داده شده در صورت سوال، حاصل قدر مطلق مثبت می‌شود پس:

$\rightarrow f(x)=-x^3+3x \longrightarrow f'(x)=-3x^2+3 \rightarrow 3(1-x^2)$

$\rightarrow$ ریشه‌ها $=\pm 1$

$f(-1.5)=-\frac{3}{2}\left|3-\frac{9}{4}\right|=-\frac{9}{8}$ $f(+1)=2$ $f(-1)=-2$ $f(\sqrt{3})=0$

$\rightarrow$ کمینه‌ی min

آپادانا

سوال ۶)

$$y = x^2|x| + 3ax^2 + b \qquad \frac{b}{a} = ?$$

$$x=-1 \rightarrow +\cancel{1} + 3a + b = \cancel{1} \rightarrow 3a+b=0$$

$$y' = -3x^2 + 6ax + b \xrightarrow{x=-1} -3 - 6a + b = 0 \Rightarrow b - 6a = 3$$

$$+\cancel{6a} + 2b = 0$$

$$2b - \cancel{6a} = 3$$

$$4b = 3 \rightarrow b = 0/75$$

$$a = -0/25$$

$$\rightarrow \frac{b}{a} = \frac{0/75}{-0/25} = \boxed{-3}$$

سوال ۷)

$$y = \frac{(ax+3)}{(a+1)x + (a-1)} \qquad y = \frac{3}{2}x^2 + x + \frac{5}{6}$$

$$\text{ext (min)} \begin{cases} x_{min} = \frac{-b}{2a} = -\frac{1}{3} \\ y_{min} = \frac{2}{3} \end{cases}$$

مجانب قائم $= -\frac{1}{3} \rightarrow (a+1)-\frac{1}{3} + (a-1) = 0 \rightarrow -\frac{a}{3} - \frac{1}{3} + a - 1 = 0$

$$\Rightarrow \frac{2a}{3} = \frac{4}{3} \rightarrow \boxed{a=2}$$

$$y = \frac{2x+3}{3x+2} \rightarrow \frac{2x+3}{3x+2} = 0 \rightarrow \boxed{x = -\frac{3}{2}}$$ → جواب

سوال ۸)

$$y = \frac{bx^2+7}{4x^2+ax+1} \qquad \frac{b}{a} = ? \qquad A\left(-\frac{1}{2}, 3\right)$$

مجانب قائم $= -\frac{1}{2} \rightarrow 4\left(\frac{1}{4}\right) + a\left(-\frac{1}{2}\right) + 1 = 0 \rightarrow -\frac{a}{2} + 2 = 0 \rightarrow \frac{a}{2} = 2$

$$\Rightarrow \underline{a = 4} \qquad \frac{b}{a} = \frac{12}{4} = \boxed{3}$$

مجانب افقی $= 3 \rightarrow \frac{b}{4} = 3 \rightarrow \underline{b = 12}$

سوال ۹

$$f(x)=\frac{x^4}{x^2-1} \rightarrow D_f=\mathbb{R}-\{1\}$$

$$f'(x)=\frac{4x^3(x^2-1)-(x^4)(2x)}{(x^2-1)^2}=\frac{x^4-4x^2}{(x^2-1)^2}$$

$$\rightarrow x^4-4x^2=0 \rightarrow x^2(x^2-4)=0 \begin{cases} x=0 \\ x=\sqrt{4}=2 \end{cases} \rightarrow 2\sqrt[3]{4}$$

	0		2		$2\sqrt[3]{4}$	
y'	+		−	−		+
y	↗		↘	↘		↗

بزرگترین بازه نزولی اکید
↳ طول = 2

سوال ۱۰)

$$f(x)=\frac{x^4-4}{x^2-4} \quad x\in(-2,2) \rightarrow D_f=\mathbb{R}-\{\pm\sqrt{4}\}$$

$$f'(x)=\frac{4x^3(x^2-4)-(x^4-4)(2x)}{(x^2-4)^2}=\frac{2x^5-12x^3+8x}{(x^2-4)^2}$$

$$2x^5-12x^3+8x=0 \rightarrow 2x(x^4-6x^2+4)=0 \begin{cases} x=0 \\ x^2=\frac{6\pm\sqrt{36}}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2=4+\sqrt{9} \rightarrow x=\sqrt{4+\sqrt{9}} \rightarrow \sqrt{6} \\ x^2=4-\sqrt{9} \rightarrow x=\sqrt{4-\sqrt{9}} \rightarrow \sqrt{2} \end{cases}$$

	−2		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{4-\sqrt{9}}$		$\sqrt{4+\sqrt{9}}$		2
y'		−		−		+		−		−	
y		↘		↘		↗		↘		↘	

۴ بازه اکیداً نزولی