۲۰

آیلار محمدی‌نیا

۱. $f(x) \xrightarrow{x\geq 0} \sqrt{x-x^2} \rightarrow f'(x) = \dfrac{-2x+1}{2\sqrt{x-x^2}}$ بحرانی‌ها 0 و 1 و $\frac{1}{2}$

0	$\frac{1}{2}$	1
	$+$	$-$

max نسبی

$x<0 \rightarrow \sqrt{-x^2-x} \rightarrow f'(x) = \dfrac{-2x-1}{2\sqrt{-x^2-x}}$ بحرانی $x=-1$ و $-\frac{1}{2}$

-1	$-\frac{1}{2}$	0
	$+$	$-$

بحرانی

ی نسبی

$m = 1$

$h = 0$

$n + m + h + k = 1 + 0 + 4 = \underline{\underline{5}}$ ✓

$k = 4 \ (x = \pm 1, 0, \pm\frac{1}{2})$

۲ (نمره)

۲. $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{a-2x} \rightarrow f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}} + \dfrac{-2}{2\sqrt{a-2x}} = \dfrac{1}{2\sqrt{x}} - \dfrac{1}{\sqrt{a-2x}} = 0$

$\dfrac{\sqrt{a-2x} - 2\sqrt{x}}{2\sqrt{x}\sqrt{a-2x}} = 0 \rightarrow x = 0 \ / \ x = \frac{a}{2} \ / \ x = \frac{a}{6}$

$f(\frac{a}{2}) = \underbrace{\sqrt{\frac{a}{2}}}_{Min} \ / \ f(\frac{a}{6}) = \underbrace{\sqrt{\frac{3a}{2}}}_{Max} \ , \ f(0) = \sqrt{a}$

۲ (نمره)

$\sqrt{\frac{a}{2}} \times \sqrt{\frac{3a}{2}} = \sqrt{\frac{3a^2}{4}} \rightarrow \sqrt{\frac{3a^2}{4}} = \sqrt{12} \rightarrow a^2 = 16 \rightarrow a = 4$ ✓

$[a] = \underline{\underline{4}}$

۳. $x \geq 2 - x \leq -2 \rightarrow \dfrac{x^2}{x^2-1}(x^2-4) = \dfrac{x^4-4x^2}{x^2-1} \ \mathrm{I} \ f'(x) = \dfrac{2x(x^4-2x^2+4)}{(x^2-1)^2} = 0, \ \pm 1$

عامل ۲x، $a > 0$

$-2 < x < 2 \rightarrow \dfrac{x^2}{x^2-1}(4-x^2) = \dfrac{4x^2-x^4}{x^2-1} \ \mathrm{II} \ f'(x) = \dfrac{-2x(x^4-2x^2+4)}{(x^2-1)^2}$, ± 1

ریشه ندارد

max نسبی

	0	
$+$		$-$

$x = 2$: $f(2^+) = 0 \quad f'_+(2) = +48$; $f(2^-) = 0 \quad f'_-(2) = -48$; $\underbrace{x = 2}_{\text{min نسبی}}$

max نسبی $= 0$

min نسبی $= \pm 2$

۲ (نمره) ✓

$x = -2$: $f(-2^+) = 0 \quad f'_+(-2) = +48$; $f(-2^-) = 0 \quad f'_-(-2) = -48$; min نسبی

PILLNOTEBOOK

Date: / / Subject:

آیلا فیروزنیا

۴.

$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$

$f = ax^3 + bx^2 + cx + d \xrightarrow{x=0} d = 0$

$\xrightarrow{x=1} a + b + c = 1$

$3ax^2 + 2bx + c \xrightarrow{x=0} c = 0$

$\xrightarrow{x=1} 3a + 2b = 0$

$c = 0 \rightarrow a + b = 1 \rightarrow \begin{cases} a + b = 1 \\ 3a + 2b = 0 \end{cases} \xrightarrow{\times -3} \begin{cases} -3a - 3b = -3 \\ 3a + 2b = 0 \end{cases}$ ۲

$-b = -3 \rightarrow b = 3 \;/\; a = -2$

$ab = 3 \times -2 = -6$ ✓

۵.

$x \leq -\sqrt{3} \,/\, x \geq \sqrt{3} \rightarrow x^3 - 3x$

$-\sqrt{3} < x \leq \sqrt{3} \rightarrow 3x - x^3 \rightarrow f'(x) = 3 - 3x^2 = 3(1 - x^2) = 0 \rightarrow \pm 1$

	-1		$+1$	
$-$		$+$		$-$

مطلق Min

$\xrightarrow{x=-1} 3(-1) - (-1)^3 = -2$ ۲

$(-1, -2)$ ✓

۶.

$-x^3 + 3ax^2 + b \rightarrow y' = -3x^2 + 6ax$

$-3 - 6a = 0 \rightarrow 6a = -3 \rightarrow a = \frac{-1}{2}$

$-x^3 - \frac{3}{2}x^2 + b \xrightarrow{x=-1} 1 - \frac{3}{2} + b = 1 \rightarrow b = \frac{3}{2}$

$\frac{b}{a} = \frac{\frac{3}{2}}{-\frac{1}{2}} = -3$ ✓ ۲

آیلا فیروزنیا

۷. $ext = \left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}\right) \to \frac{-b}{2a} = \frac{-1}{3}$ | $\frac{-\Delta}{4a} = \frac{2}{3}$

جواب قائم　　　جواب افقی

$\frac{a}{a+1} = \frac{2}{3} \to 3a = 2a + 2 \to a = 2$

$\frac{2x+3}{3x+1} = 0 \to 2x+3 = 0 \to \boxed{x = \frac{-3}{2}}$ $\left(\frac{-3}{2}, 0\right)$

۲

۸. $A = \left(\frac{-1}{2}, 3\right)$ 　 $4\left(\frac{-1}{2}\right)^2 + a\left(\frac{-1}{2}\right) + 1 = 0 \to \frac{-a}{2} = -2 \to a = 4$

جواب افقی　جواب قائم 　 $\frac{b}{4} = 3 \to b = 12$ 　 $\frac{b}{a} = \frac{12}{4} = 3$

۲

۹. $f(x) = \frac{x^4}{x^3-8} \to f'(x) = \frac{4x^3(x^3-8) - (3x^2)(x^4)}{(x^3-8)^2}$

$= \frac{4x^6 - 32x^3 - 3x^6}{(x^3-8)^2} = \frac{x^6 - 32x^3}{(x^3-8)^2} = \frac{x^3(x^3-32)}{(x^3-8)^2}$ 　 $x^3 = 32 \to x = 2\sqrt[3]{4}$; 0 ; 2

0		2^*		$2\sqrt[3]{4}$	
$+$	$-$		$-$		$+$

اکیدا نزولی

$\underline{2\sqrt[3]{4} - 2}$ طولانی‌ترین بازه

۲

۱۰. $f(x) = \frac{x^4 - 3}{x^2 - 3} \to f'(x) = \frac{(4x^3)(x^2-3) - (2x)(x^4-3)}{(x^2-3)^2}$

$= \frac{4x^5 - 12x^3 - 2x^5 + 6x}{(x^2-3)^2} = \frac{2x^5 - 12x^3 + 6x}{(x^2-3)^2} = \frac{2x(x^4 - 6x^2 + 3)}{(x^2-3)^2}$

$t^2 - 6t + 3 = \frac{6 \pm \sqrt{36-12}}{2}$ 　 $= \sqrt{36-24}$ 　 $\frac{6+2\sqrt{6}}{2}$, $\frac{6-2\sqrt{6}}{2}$ 　 $\pm\sqrt{3}$

$x^2 \simeq 5.4 \to x \simeq \pm\sqrt{5.4}$ 　 $x^2 \simeq 0.5 \to x \simeq \pm\sqrt{0.5}$

	$-\sqrt{5.4}$		$-\sqrt{3}^*$		$-\sqrt{0.5}$		0		$\sqrt{0.5}$		$\sqrt{3}^*$		$\sqrt{5.4}$	
$-$		$+$		$+$		$-$		$+$		$-$		$-$		$+$

۳ بازه نزولی اکید

۲