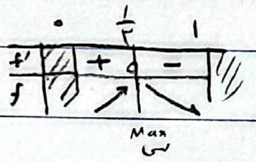
میان‌ترم ریاضی :

$$f(x)\begin{cases}\sqrt{x-x^2} & x\geq 0\\ \sqrt{x+x^2} & x<0\end{cases}\longrightarrow f'(x)\begin{cases}\sqrt{1-2x} & x>0 \to \sqrt{1-2x}=0 \to x=\frac{1}{2}\ ✓\\ \sqrt{1+2x} & x<0 \to \sqrt{1+2x}=0\to x=-\frac{1}{2}\ ✗\end{cases}$$

۱)

در دامنه f نیست

$D_f=(-\infty,-1]\cup[0,1]$



نقاط بحرانی = $\{\frac{1}{2}, 0, \pm 1\}$

$m+n+k=5 \longleftarrow 4=k \quad 0=n \quad 1=m$

۲) $f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}-\dfrac{1}{\sqrt{a-2x}}=\dfrac{\sqrt{a-2x}-2\sqrt{x}}{2\sqrt{x}\,\sqrt{a-2x}}=0\longrightarrow x=0,\ \frac{a}{2},\ \frac{a}{4}$

$\underbrace{f(\frac{a}{2})=\sqrt{\frac{a}{2}}}_{Min},\ \underbrace{f(\frac{a}{4})=3\sqrt{\frac{a}{4}}}_{Max},\ f(0)=\sqrt{a}$

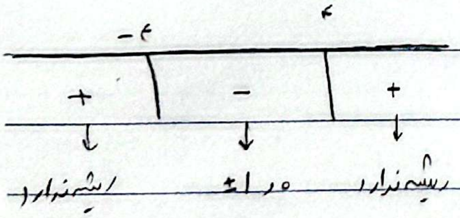
$\sqrt{\frac{3a}{2}}\times\sqrt{\frac{a}{2}}=\sqrt{12}\longrightarrow a=\pm 4$

$\boxed{a=4}\longleftarrow a>0$

$\boxed{[a]=4}$

۳ـ قدرمطلق را مثبت فرض می‌کنیم:

$f'(x)=\dfrac{x^4-4x^2}{x^2-1}$



$f'(x)=\dfrac{(4x^3-8x)(x^2-1)-2x(x^4-4x^2)}{(x^2-1)^2}$

$=\dfrac{2x^5-4x^3+8x}{(x^2-1)^2}=\dfrac{2x(\overset{\text{ریشه ندارد}}{x^4-2x^2+4})}{(x^2-1)^2}\overset{\to}{=}0$

تغییر علامت ✗

ریشه داخل قدرمطلق با توان ۱ نیز اکسترمم محسوب می‌شود.

۴ـ اکسترمم‌ها = $\{-2, 0, 2\}$

$y'=3ax^2+2bx+c \xrightarrow{x=0} c=0$

$\qquad\qquad\qquad \xrightarrow{x=1} 3a+2b=0$

$y=ax^3+bx^2+cx+d \xrightarrow{(0,0)} d=0$

$\qquad\qquad\qquad \xrightarrow{(1,1)} a+b+c=1 \xrightarrow{c=0} a+b=1$

$\begin{cases}3a+2b=0\\ a+b=1\end{cases}\longrightarrow a=-2,\ b=3 \qquad \boxed{ab=-6}$

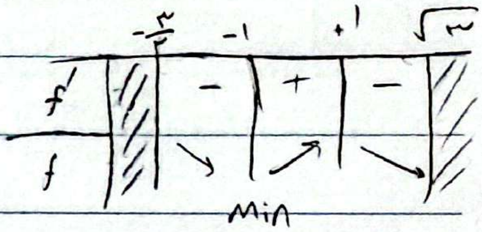
۵) در بازه داده شده قدر مطلق مثبت است :

$f(x) = -x^{۳} + ۳x \longrightarrow f'(x) = -۳x^{۲} + ۳ = ۰ \longrightarrow x = \pm ۱$

۱

$f(-۱) = -۲ \longrightarrow$ Min مطلق

$f(\sqrt{۳}) = ۰$



۶) $f = |x|^{۳} + ۳a|x|^{۲} + b \longrightarrow f'(x) = ۳|x|^{۲} + ۶a|x| \xrightarrow{x=-۱} ۳ + ۶a = ۰ \longrightarrow \boxed{a = -\frac{۱}{۲}}$

$f(x) = |x|^{۳} - \frac{۳}{۲}|x|^{۲} + b \xrightarrow{(-۱,۱)} ۱ - \frac{۳}{۲} + b = ۱ \longrightarrow \boxed{b = \frac{۳}{۲}}$ $\boxed{\frac{b}{a} = -۳}$

۷) $y = \frac{۳}{۲}x^{۲} + x + \frac{۵}{۶} \xrightarrow{\text{min}} -\frac{b}{۲a} = -\frac{۱}{۳} \longrightarrow \left(-\frac{۱}{۳}, \frac{۲}{۳}\right)$

مجانب افقی : $\frac{a}{a+۱} = \frac{۲}{۳} \longrightarrow ۳a = ۲a + ۲ \longrightarrow \boxed{a = ۲}$

$\frac{۲x + ۳}{۳x + ۱} = ۰ \longrightarrow \boxed{x = \frac{-۳}{۲}}$

۸)

$y = \frac{bx^{۲} + ۷}{۴x^{۲} + ax + ۱}$ مجانب افقی : $\frac{b}{۴} = ۳ \longrightarrow \boxed{b = ۱۲}$

$\boxed{a = ۴}$

$\uparrow$

$y = \frac{۱۲x^{۲} + ۷}{۴x^{۲} + ax + ۱}$ مجانب قائم = ریشه مضاعف = $-\frac{۱}{۲}$ = $(۲x + ۱)^{۲} = ۴x^{۲} + ۴x + ۱$

$\frac{b}{a} = \frac{۱۲}{۴} = \boxed{۳}$

(۹

$$f' = \frac{۴x^۳(x^۳-۸) - ۳x^۶}{(x^۳-۸)^۲} = \frac{۴x^۶ - ۳۲x^۳ - ۳x^۶}{(x^۳-۸)^۲} = \frac{x^۶ - ۳۲x^۳}{(x^۳-۸)^۲}$$

$$\frac{x^۳(x^۳-۳۲)}{(x^۳-۸)^۲} \quad \begin{matrix} \xrightarrow[=۰]{} ۰ \text{ و } \sqrt[۳]{۳۲} \\ \longrightarrow ۲ \end{matrix}$$

		۰		۲		۲√۴	
y'	+		−		−		+
g	↗		↘		↘		↗

کوتاه‌ترین بازه $\longrightarrow \boxed{۲\sqrt{۴} - ۲}$

(۱۰

$$f'(x) = \frac{۴x^۳(x^۲-۳) - ۲x(x^۴-۳)}{(x^۲-۳)^۲} = \frac{۴x^۵ - ۱۲x^۳ - ۲x^۵ + ۶x}{(x^۲-۳)^۲} = ۰$$

	−۲		−√۳		−√(۳−√۶)		۰		√(۳−√۶)		√۳		۲	
▨		−		−		+		−		+		+		▨
▨		↘		↘		↗		↘		↗		↗		▨

$\longrightarrow$ در ۳ بازه اکیدا صعودی است