۱)

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-x^2} & x \geq 0 \\ \sqrt{x+x^2} & x < 0 \end{cases} \rightarrow f'(x) = \begin{cases} \sqrt{1-2x} \\ \sqrt{1+2x} \end{cases}$$

$x \geq 0 \rightarrow \sqrt{1-2x} = 0 \rightarrow x = \frac{1}{2}$ ✓ نقطه بحرانی

$x < 0 \rightarrow \sqrt{1+2x} = 0 \rightarrow x = -\frac{1}{2}$ X در دامنه نیست

$D_f = (-\infty, -1] \cup [0, 1]$

		0	$\frac{1}{2}$	1	
y'		+		−	
y		↗		↘	

$\rightarrow \frac{1}{2}$: max نسبی

$m = 1$

$n = 0$

$\rightarrow \{0, \pm 1, \frac{1}{2}\} \rightarrow$ ۴ عضو $\rightarrow k = 4 \rightarrow$

$m + n + k = 5$

۲

---

۲)

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{-1}{\sqrt{a-2x}} = 0 \rightarrow \frac{\sqrt{a-2x} - 2\sqrt{x}}{2\sqrt{x}\sqrt{a-2x}} = 0 \rightarrow x = 0 \text{ یا } x = \frac{a}{2} \text{ یا } x = \frac{a}{6}$$

$f(\frac{a}{2}) = \underbrace{\sqrt{\frac{a}{2}}}_{min}$, $f(\frac{a}{6}) = \underbrace{\sqrt{\frac{3a}{2}}}_{max}$, $f(0) = \sqrt{a}$

$\sqrt{\frac{3a}{2}} \times \sqrt{\frac{a}{2}} = \sqrt{12} \rightarrow \frac{3a^2}{4} = 12$

$a^2 = 16 \rightarrow a = 4$

$[a] = 4$

۲

---

۳)

$$\frac{x^2}{x^2-1}|x^2-4| \longrightarrow \frac{x^4-4x^2}{x^2-1} \longrightarrow \frac{(4x^3-8x)(x^2-1)-(2x)(x^4-4x^2)}{(x^2-1)^2} = 0 \longrightarrow$$

$$\frac{2x^5-4x^3+8x}{(x^2-1)^2} = 0 \longrightarrow 2x\underbrace{(x^4-2x^2+4)}_{\text{ریشه ندارد}} = 0 \longrightarrow x = 0$$

* ریشه داخل قدر مطلق با توان ۲ هم اکسترمم است

ext : $\{-2, 0, 2\} \longrightarrow$ ۳ نقطه

۲

---

۴)

$3ax^2 + 2bx + c \xrightarrow{(0,0)} c = 0$

$\xrightarrow{(1,0)} 3a + 2b = 0$

۲

$ax^3 + bx^2 + cx + d \xrightarrow{(0,0)} d = 0$

$\xrightarrow{(1,1)} a + b = 1 \longrightarrow$

$a = -2$, $b = 3 \longrightarrow \boxed{ab = -6}$

---

۵)

$f(x) = 3x - x^3 \longrightarrow f'(x) = 3 - 3x^2 = 0 \longrightarrow x = \pm 1$

۲

	$-\frac{3}{2}$		-1		1		$\sqrt{3}$
y'		−		+		−	
y		↘		↗		↘	

$f(-\frac{3}{2}) = -\frac{9}{8}$ $\underbrace{f(-1) = -2}_{\text{مطلق min}}$ $f(1) = 2$ $f(\sqrt{3}) = 0$

---

۶)

$y = -x^3 + 3ax^2 + b \longrightarrow y' = -3x^2 + 6ax \xrightarrow{(-1,0)} -3 - 6a = 0 \longrightarrow a = -\frac{1}{2}$

۲

$(-1, 1) : 1 + 3a + b = 1 \longrightarrow b = \frac{3}{2} \longrightarrow \frac{b}{a} = -3$

---

۷)

مختصات min : $(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}) \longrightarrow S(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$

۲

$\frac{a}{a+1} = \frac{2}{3} \longrightarrow a = 2 \longrightarrow \frac{2x+3}{3x+1} = 0 \longrightarrow x = \frac{-3}{2}$

۸)

$A\left(-\frac{1}{2}, 3\right)$ $\quad 4\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + a\left(-\frac{1}{2}\right) + 1 = 0 \longrightarrow -\frac{a}{2} = -2 \longrightarrow a = 4$

$\frac{b}{4} = 3 \longrightarrow b = 12 \longrightarrow \frac{b}{a} = 3$ ✓ ۲

---

۹)

$$f'(x) = \frac{(x^3-8)(4x^3) - (3x^2)(x^4)}{(x^3-8)^2} = \frac{x^3(x^3-32)}{(x^3-8)^2} \lessgtr 0 \longrightarrow$$

		0		2		$2\sqrt[3]{4}$	
y'	$+$		$-$		$-$		$+$
y	$\nearrow$		$\searrow$		$\searrow$		$\nearrow$

$\longrightarrow$ طول کوتاه‌ترین بازه : $2\sqrt[3]{4} - 2$ ✓ ۲

---

۱۰)

$$f'(x) = \frac{4x^3(x^2-3) - 2x(x^4-3)}{(x^2-3)^2} = \frac{4x^5 - 12x^3 - 2x^5 + 6x}{(x^2-3)^2} = 0$$

۴

	-2	$-\sqrt{3}$	$-\sqrt{3-\sqrt{6}}$	0	$\sqrt{3-\sqrt{6}}$	$\sqrt{3}$	2	
y'	///	$-$	$-$	$+$	$-$	$+$	$+$	///
y	///	$\searrow$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$	$\nearrow$	///

$\longrightarrow$ اکیدا نزولی در ۳ بازه ✓