(اسرا امینی‌راد) ۲۰

①

$$f(x)=\begin{cases}\sqrt{x-x^2} & x\geq 0\\ \sqrt{x+x^2} & x<0\end{cases}\rightarrow f'(x)=\begin{cases}\sqrt{1-2x} & x\geq 0\\ \sqrt{1+2x} & x<0\end{cases}$$

بحرانی $\sqrt{1-2x}=0\rightarrow x=\frac{1}{2}$ ✓

$\sqrt{1+2x}=0\rightarrow x=-\frac{1}{2}$ در دامنه نیست

$D_f=(-\infty,-1]\cup[0,1]$

	0	$\frac{1}{2}$	1
y'	$+$		$-$
y	$\nearrow$		$\searrow$

$\rightarrow \frac{1}{2}$ max نسبی

$m=1$

$n=0$

$k=4$ $\quad \{0 \pm, \frac{1}{2}\}$

$\boxed{m+n+k=5}$ ✓

۲

②

$f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}-\frac{1}{\sqrt{a-2x}}=0 \longrightarrow x=0 \;,\; \frac{a}{2} \;,\; \frac{a}{6}$

$f(\frac{a}{2})=\sqrt{\frac{a}{2}}$ min $\qquad f(\frac{a}{6})=\sqrt{\frac{3a}{2}}$ max $\qquad f(0)=\sqrt{a}$ $\qquad \sqrt{\frac{3a}{2}}\times\sqrt{\frac{a}{2}}=12 \quad a=4$

a باید مثبت باشد ۴- غ ق ق

۲

③

$\frac{x^2}{x^2-1}|x^2-4| \xrightarrow{\text{فرض}+} \frac{x^4-4x^2}{x^2-1} \xrightarrow{\text{مشتق}} \frac{(4x^3-8x)(x^2-1)-2x(x^4-4x^2)}{(x^2-1)^2}=0$

$\rightarrow x=0$

$\underbrace{2x(x^4-2x^2+4)}_{\Delta<0}$

اکسترمم ها $-2,0,2$ ~~۳~~ نقطه ← ریشه داخل قدرمطلق

۲ ✓

④

$3ax^2+2bx+c \xrightarrow{(0,0)} c=0$

$(1,0)$ $\quad 3a+2b=0$

$ax^3+bx^2+cx+d \xrightarrow{(0,0)} d=0$

$(1,1)\rightarrow a+b=1$

$\Rightarrow a=-2 / b=3 / ab=-6$ ✓

۲

⑤

$y=-x^3+3ax^2+b \rightarrow y'=-3x^2+6ax$

$(-1,0)\rightarrow -3-6a=0\rightarrow a=-\frac{1}{2}$

$y=(-1,1)=1+3a+b=1 \quad b=\frac{3}{2}$

$\frac{b}{a}=-3$ ✓

(سوال بعد صفحه بعد)

۲

۷

$\min\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right) \longrightarrow S\left(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$

نیمساز اول   مجانب افقی   ۳

$\frac{a}{a+1} = \frac{2}{3} \to a = 2$ ۲

$\frac{2x+3}{3x+1} = 0 \to x = -\frac{3}{2}$

۵

$f(x) = 3x - x^3 \longrightarrow f'(x) = 3 - 3x^2 = 0 \longrightarrow x = \pm 1$

	$-\frac{3}{2}$		-1		1		$\sqrt{3}$
y'		$-$		$+$		$-$	
y		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	

$f(-\frac{3}{2}) = -\frac{9}{8}$ $\underbrace{f(-1) = -2}_{\text{min نقطه}}$ $f(1) = 2$ $f(\sqrt{3}) = 0$

۲

۸

$A(-\frac{1}{2}, 3)$

رأس   مجانب افقی

$4(-\frac{1}{2})^2 + a(-\frac{1}{2}) + 1 = 0 \longrightarrow -\frac{a}{2} = -2 \longrightarrow a = 4$

$\frac{b}{4} = 3 \longrightarrow b = 12$

$\frac{b}{a} = 3$

۲

۹

$f'(x) = \frac{(x^3-8)(4x^3) - (3x^2)(x^4)}{(x^3-8)^2} = \frac{x^3(x^3-32)}{(x^3-8)^2} \leq 0 \to$

	0		2		$2\sqrt[3]{4}$	
y'	$+$	$-$		$-$		$+$
y	$\nearrow$	$\searrow$		$\searrow$		$\nearrow$

$2\sqrt[3]{4} - 2 \longleftarrow$ طول بزرگترین بازه

۲

۱۰

$f'(x) = \frac{4x^3(x^2-3) - 2x(x^4-3)}{(x^2-3)^2} = \frac{4x^5 - 12x^3 - 2x^5 + 6x}{(x^2-3)^2} = 0$

	-2		$-\sqrt{3}$		$-\sqrt{3-\sqrt{6}}$		0		$\sqrt{3-\sqrt{6}}$		$\sqrt{3}$		2
y'		$-$		$-$		$+$		$-$		$+$		$+$	
y		$\searrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\nearrow$	

در سه بازه اکیدا نزولی است

۲