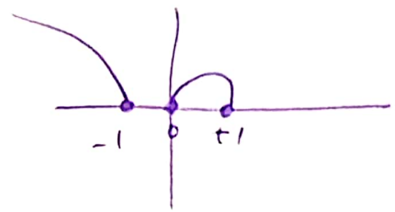
گلشن نیکویی ۱۹٫۵ دوازدهم ریاضی A - تکلیف ۲۶

۱ - رسم می‌کنیم

$x<0$: $\sqrt{x(1+x)}$ ↙ $x \leq -1$ | $x \geq 0$: $\sqrt{x(1-|x|)}$, $\sqrt{x(1-x)}$ ↳ $0 \leq x \leq 1$



$m = 1$

$n = 1$

$k = 3$ (۴)

$m + n + k = 5$ ✓

-۲

$f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{a - 2x} \longrightarrow D_f = x \geq 0$ و $-2x + a \geq 0$, $x \leq \frac{a}{2} \to D_f = [0, \frac{a}{2}]$

$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{2}{2\sqrt{a-2x}} = 0 \longrightarrow 2\sqrt{x} = \sqrt{a-2x}$

$4x = a - 2x \to x = \frac{a}{6}$

$f(0) = \sqrt{a}$

$f(\frac{a}{6}) = \sqrt{\frac{a}{6}} + \frac{\sqrt{\frac{4a}{6}}}{2\sqrt{\frac{a}{6}}} = 3\sqrt{\frac{a}{6}}$

$\text{Min} \times \text{Max} = \sqrt{\frac{a}{2}} \times 3\sqrt{\frac{a}{6}} = \sqrt{12}$

$f(\frac{a}{2}) = \sqrt{\frac{a}{2}}$

$\sqrt{\frac{a}{2} \times 9 \times \frac{a}{6}} = \sqrt{12}$

$\frac{3a^2}{4} = 12 \to 3a^2 = 48$

a^2

$f(0) = \sqrt{a}$

$f(\frac{a}{4}) = \sqrt{\frac{a}{4}} + \sqrt{\frac{3a}{4}}$ $= 2\sqrt{\frac{a}{4}}$ $= 3\sqrt{\frac{a}{4}}$

$f(\frac{a}{2}) = \sqrt{\frac{a}{2}}$

$4x = a - 2x \rightarrow x = \frac{a}{6}$

$Min \times Max = \sqrt{\frac{a}{2}} \times 3\sqrt{\frac{a}{4}} = \sqrt{12}$

$\sqrt{\frac{a}{2} \times \frac{9 \times a}{4}} = \sqrt{12}$ (۴)

$\frac{3a^2}{4} = 12 \rightarrow 3a^2 = 48$

$\frac{9a^2}{12} = 12$

$9a^2 = 144 \rightarrow a^2 = \frac{144}{9} = \frac{48}{3} = 16$

$a = 4$

$[a] = [4] = 4$ ✓

۳-

(۲)

$(0, 0)$

یک نقطه (مشترک)

$+ (\pm 2)$ در نقاط ترسیم

$x = 0$, -2, 2

$\frac{x^2}{x^2-1}(x^2-4)$

مماس به مشترک در (۲ ز)

۳ نقطه کرا ✓

$x = 2$

$x = -2$

$x = 0$

$f(x) = \frac{x^4 - 4x^2}{x^2-1} \Rightarrow f'(x) = \frac{(4x^3 - 8x)(x^2-1) - 2x(x^4-4x^2)}{(x^2-1)^2}$

$4x^5 - 4x^3 - 4x^3 + 8x - 2x^5 + 8x^3$

$= \frac{2x^5 - 4x^3 + 8x}{(x^2-1)^2} = \frac{2x(x^4 - 2x^2 + 4)}{(x^2-1)^2}$

$x^4 - 2x^2 + 4 = 0$ جواب ندارد

$f(x) = \frac{x^2(4 - x^2)}{x^2-1}$, $-x^4 + 4x^2$

$f'(x) = \frac{(-4x^3 + 8x)(x^2-1) - 2x(-x^4 + 4x^2)}{(x^2-1)^2}$

$-4x^5 + 4x^3 + 8x^3 - 8x + 2x^5 - 8x^3$

$-2x^5 + 4x^3 - 8x = 0$

$-2x(x^4 - 2x^2 + 4) = 0$ → $\Delta < 0$

→ $x = 0$

۴-

$y = ax^3 + bx^2 + cx + d \rightarrow y' = 3ax^2 + 2bx + c$

مشتق = ۰

خود نقطه در تابع صدق کند

$(0,0) \rightarrow f'(x) = 0 \rightarrow c = 0$ و $d = 0$

$(1,1) \rightarrow f'(x) = 0 \rightarrow 3a + 2b = 0$

$\hookrightarrow a + b + 0 = 1 \rightarrow a + b = 1$

$2a + 2b = 2$

$3a + 2b = 0 \rightarrow a = -2,\ b = 3 \rightarrow ab = -6$ ✓

(2)

۵- ~~ضابطه بنویسیم~~

$f(x) = x|3 - x^2|$

$-\sqrt{3}$ ——— $+\sqrt{3}$

$x(x^2 - 3)$

$f(x) = x^3 - 3x$

$f'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \rightarrow x = 1$

$\hookrightarrow x = -1$ غیرقابل قبول

قابل قبول — بعد از $\sqrt{3}$

$x(3 - x^2)$

$f(x) = 3x - x^3$

$f'(x) = 3 - 3x^2$

$x = 1$ ✓

$x = -1$ ✓

$x = 1 \rightarrow y = 2$

$x = -1 \rightarrow y = -2$

$x = \sqrt{3} \rightarrow y = 0$

$x = -\frac{3}{2} \rightarrow y = -\frac{1}{2}\left(3 - \frac{9}{4}\right) = -\frac{9}{8}$ غیرقابل قبول

Min مطلق $= -2$ ✓

(2)

$x=1 \to y=2$

$x=-1 \to y=-2$

$x=\sqrt{3} \to y=0$

$x=-\frac{3}{2} \to y=-1/5(\frac{3}{\frac{3}{2}}-\frac{9}{4})=-\frac{9}{8}$

نقاط قبول

اکسترمم

ماکسیمم

$x(3-x^2)$

$f(x)=3x-x^3$

$f'(x)=3-3x^2$

$x=1$ ✓

$x=-1$ ✓

$x(x^2-3)$

$f(x)=x^3-3x$

$f'(x)=3x^2-3=0 \to x=1$

$\to x=-1$ غیرقابل قبول

$-2=$ مطلق Min

۶-

$f(x)=x^2|x|+3ax^2+b$

$\to x=-1 \to f(x)=-x^3+3ax^2+b$

$\to +1+3a+b=1 \to 3a+b=0$

$\to f'(x)=0 \to -3x^2+6ax=0 \to -3-6a=0$

$-6a=3$

$a=-0/5$

$b=1/5$

$\to \frac{b}{a}=\frac{+1/5}{-0/5}=-3$

۲

۷-

$y=\frac{3}{2}x^2+x+\frac{5}{6} \to x_S=-\frac{b}{2a}=\frac{-1}{3}$

$(-\frac{2}{6},\frac{4}{6})$

$\to y_S=\frac{3}{2}(\frac{1}{9})-\frac{1}{3}+\frac{5}{6}=\frac{1}{6}-\frac{1}{3}+\frac{5}{6}=\frac{1-2+5}{6}=\frac{4}{6}$

$\frac{a}{a+1}=\frac{2}{3}$

$a=2$

$y=\frac{2x+3}{3x+1} \Rightarrow 2x+3=0$

$x=-\frac{3}{2} \to (-\frac{3}{2},0)$

۲

۸-

مجانب افقی $y=۳$

$x=-\frac{۱}{۲}$ مجانب قائم (ریشه مخرج)

$$y=\frac{bx^۲+۷}{۴x^۲+ax+۱} \Rightarrow f(-\tfrac{۱}{۲})= ۴(\tfrac{۱}{۴})+a(-\tfrac{۱}{۲})+۱=۰$$

$$۲-\frac{a}{۲}=۰ \quad a=۴$$

$$\frac{b}{۴}=۳ \rightarrow b=۱۲$$

$$\frac{b}{a}=۳$$

۹-

$$f(x)=\frac{x^۴}{x^۳-۸} \rightarrow f'(x)=\frac{۴x^۳(x^۳-۸)-۳x^۲(x^۴)}{(x^۳-۸)^۲}=\frac{x^۶-۳۲x^۳}{(x^۳-۸)^۲}$$

$$x^۳(x^۳-۳۲)=۰$$

$$x=۰ \rightarrow x=\sqrt[۳]{۳۲}$$

	۰		۲		$\sqrt[۳]{۳۲}$	
+		−		−		+
↗		↘		↘		↗

$$\text{طول بازه}=۲ \quad ۲\sqrt[۳]{۴}-۲=۲(\sqrt[۳]{۴}-۱)$$

۱۰-

$$f'(x)=\frac{۴x^۳(x^۲-۳)-۲x(x^۴-۳)}{\ldots}=۴x^۵-۱۲x^۳-۲x^۵+۶x=۲x^۵-۱۲x^۳+۶x$$

۹-

$$f(x)=\frac{x^4}{x^3-1} \rightarrow f'(x)=\frac{4x^3(x^3-1)-3x^2(x^4)}{(x^3-1)^2}=\frac{x^6-4x^3}{(x^3-1)^2}$$

$$x^3(x^3-4)=0$$

$$x=0 \rightarrow x=\sqrt[3]{4}$$

x		۰		۱		$\sqrt[3]{4}$	
y'	+		−		−		+
	↗		↘		↘		↗

طول بازه = ۲ $\quad 2\sqrt[3]{4}-2=2(\sqrt[3]{4}-1)$

۱۰-

$$f(x)=\frac{x^4-3}{x^2-3} \rightarrow f'(x)=\frac{4x^3(x^2-3)-2x(x^4-3)}{(x^2-3)^2}=4x^5-12x^3-2x^5+6x=2x^5$$

$$2x^5-12x^3+6x$$

$$2x(x^4-6x^2+3)$$

$$\Delta=36-12=24$$

$$\frac{+6+2\sqrt{6}}{2} \qquad \frac{6-2\sqrt{6}}{2}$$

$$3+\sqrt{6} \qquad 3-\sqrt{6}$$

$$x=\pm\sqrt{5.4} \qquad x^2=0.5...$$

$$x=\pm\sqrt{0.5...}$$

x	$-\sqrt{5.4}$	$-\sqrt{3}$	$-\sqrt{0.5}$	۰	$\sqrt{0.5}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{5.4}$
	− +	+	−	+	−	−	+

۳ بازه صعودی ۳ بازه در نزولی

۱ بازه در دامنه نیست

x	$-\sqrt{3}$	$-\sqrt{3-\sqrt{6}}$	۰	$\sqrt{3-\sqrt{6}}$	$\sqrt{3}$	
y'	− ‖ −	۰ +	۰ −	۰ +	‖ +	

→ در ۳ بازه اکیداً نزولی

۱٫۵