۱۷/۵

تیپا مجموعه ماری

①

$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-x^2} & , x \geq 0 \\ \sqrt{x+x^2} & x < 0 \end{cases} \rightarrow f'(x) = \begin{cases} \sqrt{1-2x} & x > 0 \\ \hookrightarrow \sqrt{1-2x} = 0 \rightarrow x = \frac{1}{2} ✓ \text{ ق ق} \\ \sqrt{1+2x} & x < 0 \\ \hookrightarrow \sqrt{1+2x} = 0 \rightarrow x = \frac{-1}{2} ✗ \end{cases}$

غ ق ق زیرا در دامنه f نیست $(D_f = (-\infty, -1] \cup [0, 1])$

	$-\infty$	0	$\frac{1}{2}$	1	$+\infty$
f'	//////	+	0 −	//////	
f	//////	↗	↘	//////	

$\frac{1}{2}$ = max نسبی $\rightarrow m = 1$

min نسبی $\rightarrow n = 0$

بحرانی: $0, \pm 1, \frac{1}{2} \rightarrow k = 4$

$m + n + k \rightarrow 1 + 0 + 4 = ⑤$ ✓ ۲

②

$y = \sqrt{x} + \sqrt{a-2x}$ $\quad y = \sqrt{\frac{a}{2}}$ $\quad a > 0$ باید نقاط بحرانی را بررسی کنیم

$(x = 0)$ $\quad (x = \frac{a}{2})$ $\quad$ برای min و max مطلق

$y = \sqrt{a}$ $\quad$ شرط دامنه

$y' = 0 \quad \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{2}{2\sqrt{a-2x}} = 0 \quad \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{a-2x}}$ $\quad x \geq 0$

$a < \frac{a}{2}$

$a - 2x \geq 0$

$\hookrightarrow 4x = a - 2x$

$y = \sqrt{\frac{a}{6}} + \sqrt{\frac{2a}{3}}$ $\quad 6x = \frac{a}{6} \quad x = \frac{a}{6}$

$x = \frac{a}{2}$ یا $\frac{a}{6}$ یا 0

$\sqrt{\frac{a}{2}} \times \sqrt{\frac{3a}{2}} = \sqrt{12} \rightarrow a = \pm 4 \xrightarrow{a \geq 0} a = 4 \quad [a] = 4$ ✓ ۲

③

$f(x) = \frac{x^2}{x^2-1} \cdot |x^2 - 4|$ $\xrightarrow{x \geq 2 , x \leq -2}$ $\frac{x^4 - 4x^2}{x^2-1}$ $\quad$ ±۲

$4x^5 - 12x^3 + 8x - 2x^5 + 4x^3$

$\rightarrow f'(x) = \frac{(4x^3 - 8x)(x^2-1) - (x^4 - 4x^2)(2x)}{(x^2-1)^2}$ $\quad 2x^5 - 8x^3 + 8x$ $\quad 2x(x^4 - 4x^2 + 4)$ $\quad (x^2-2)^2$ ①

$-4x^5+$

$\hookrightarrow \frac{-x^4 + 4x^2}{x^2-1} \rightarrow f'(x) = \frac{(-4x^3 + 8x)(x^2-1) - (-x^4 + 4x^2)(2x)}{(x^2-1)^2}$

$-2 \leq x \leq 2$

$\rightarrow f'(x) = \pm \frac{(4x^3 - 8x)(x^2-1) - (x^4 - 4x^2)2x}{(x^2-1)^2} = 0 \rightarrow \pm(2x^5 - 8x^3 + 8x) = 0 \rightarrow \pm 2x(x^4 - 4x^2 + 4) = 0 \rightarrow \begin{cases} \pm 2x = 0 \rightarrow x = 0 \\ x^4 - 4x^2 + 4 = 0 \rightarrow ✗ \text{ ریشه} \end{cases}$

ریشه های داخل قدرمطلق $\leftarrow \pm 2 \leftarrow$ ext $\quad$ تعداد نقاط اکسترمم = ۳

s.a.m

$y = ax^{۳} + bx^{۲} + cx + d \quad A(0,0) \quad B(1,1)$ ④

$y' = ۳ax^{۲} + ۲bx + c \quad d=0$

$\to c=0$ ۲

$0 = ۳a(1) + ۲b(0) \to ۳a + ۲b = 0 \longrightarrow a+b=1 \qquad ab = ۳(-۲) = -۶$

$\frac{۳a + ۲b + a = 0}{۲} \to a = -۲ \qquad b = ۳$

$f(x) = x|-x^{۲}+۳| \to \sqrt{۳} = x \to f(x)=0$ ⑤

$x = -\frac{۳}{۲} \to -\frac{۳}{۲}\left(۳ - \frac{۹}{۴}\right) = -\frac{۹}{۸} \qquad f(x) = ۳x - x^{۳}$

$\to x = \pm 1 \qquad f'(x) = 0 = ۳ - ۳x^{۲} \to x = \pm 1$

$\longrightarrow x = -1 \quad y = -۲$

min ✓ ۲

$y'(-1) = 0 \qquad -۳x^{۲} + ۶ax = 0 \to -۳ - ۶a = 0$ ⑥

$a = -\frac{1}{۲}$ ۱٫۵

$F(-1) = 1 \to -1 = 1 - \frac{۳}{۲} + b \qquad b = -\frac{1}{۲} \qquad \frac{b}{a} = 1$

$۳a + b = 0 \quad (I)$

$\to f'(-1) = -۳ - ۶a = 0 \longrightarrow a = -\frac{1}{۲} \xrightarrow{(I)} b = \frac{۳}{۲} \qquad \frac{b}{a} = \frac{\frac{۳}{۲}}{-\frac{1}{۲}} = -۳$

کیمیا یحیی‌آبادی

7 ①

$y=\frac{3}{2}x^2+x+\frac{5}{6} \rightarrow \min \left| \frac{-b}{2a}=\frac{-1}{2\times\frac{3}{2}}=\frac{-1}{3}\right.$

$\frac{3}{2}\left(-\frac{1}{3}\right)^2-\frac{1}{3}+\frac{5}{6}=0 \leftarrow$ مجانب افقی $y=0$

$-\frac{5}{6}$

$\frac{ax+3}{(a+1)x+(a-1)} \rightarrow a=0$

$\hookrightarrow \frac{3}{x-1} \rightarrow y=\frac{3}{x-1}=0$ بدون جواب قطع نمی‌کند ?

مجانب قائم = ریشه مخرج $=\frac{-d}{c}=\frac{1-a}{a+1}=\frac{-1}{3} \rightarrow 3-3a=-a-1 \rightarrow 2a=4 \rightarrow a=2$

$\rightarrow y=\frac{2x+3}{3x+1} \xrightarrow{y=0} 2x+3=0 \rightarrow x=\frac{-3}{2}$

8

$A\left(-\frac{1}{2}, 3\right)$ ← مجانب قائم ریشه مخرج ؛ مجانب افقی $y=3$

$\frac{b}{4}=3 \rightarrow b=12$

$4x^2+ax+1 \rightarrow 4\left(x+\frac{1}{2}\right)^2$

$\left(x^2+x+\frac{1}{4}\right)$

$a=4$ ②

$\frac{12}{4}\frac{b}{a}=3$ ✓

9

$f(x)=\frac{x^4}{x^3-8}$ ○ $\quad f'(x)=\frac{4x^3(x^3-8)-(3x^2)(x^4)}{(x^3-8)^2}$

$=\frac{x^6-32x^3}{(x^3-8)^2}$ ، $x^3(x^3-32)$ → $\sqrt[3]{32}$

$x=2$ ✓

	0	2		$\sqrt[3]{32}$	
$f'(x)$	+	−	−	+	
$f(x)$	↗	↘	ت.ن	↘	↗

$\sqrt[3]{32}-2$ ④ ✓

طول نزولی‌ترین بازه‌ی الیدا نزولی

10

$f(x)=\frac{x^4-3}{x^2-3} \rightarrow \frac{(4x^3)(x^2-3)-(2x)(x^4-3)}{(x^2-3)^2} \rightarrow 2x^5-12x^3+6x$

$4x^5-12x^3$ ، $2x^5-6x$

$\frac{2x(x^4-6x^2+3)}{(x^2-3)^2}$

$\hookrightarrow \pm\sqrt{3}$ ، $\rightarrow 0$

$\frac{6\pm\sqrt{36-4\times3}}{2}$ ، 24 ، $2\sqrt{6}$ $\rightarrow 3\pm\sqrt{6}$ ↗ $\pm\sqrt{3+\sqrt{6}}$ ↘ $\pm\sqrt{3-\sqrt{6}}$

درباره وجود ندارد

$-\sqrt{3}$	$-\sqrt{3-\sqrt{6}}$	0	$\sqrt{3-\sqrt{6}}$	$\sqrt{3}$	
−	−	+	−	+	+

② ✓

۳ بازه

s.a.m