ریاضی پایه (?) مادی

①

$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-x^2} , x \geq 0 \\ \sqrt{x+x^2} \quad x \leq 0 \end{cases} \rightarrow f'(x) = \begin{cases} \sqrt{1-2x} \quad x>0 \\ \hookrightarrow \sqrt{1-2x} = 0 \rightarrow x = \frac{1}{2} \checkmark \text{ ق ق} \\ \sqrt{1+2x} \quad x<0 \\ \hookrightarrow \sqrt{1+2x} = 0 \rightarrow x = \frac{-1}{2} \times \end{cases}$

| | $-\infty$ | 0 | $\frac{1}{2}$ | 1 | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| f' | ////// | + | 0 − | ////// | |
| f | ////// | ↗ | ↘ | ////// | |

غ ق ق زیرا در دامنه f نیست $(D_f = (-\infty, -1] \cup [0, 1])$

$\frac{1}{2} = \max$ نسبی $\rightarrow m = 1$

$\min$ نسبی $\rightarrow n = 0$

$\frac{1}{2}$ و $\pm 1$ و $0$ : بحرانی $\rightarrow K = 4$

$m+n+K \rightarrow 1+0+4 = ⑤$

---

②

$y = \sqrt{x} + \sqrt{a-2x}$ $\quad y = \sqrt{\frac{a}{2}}$ $\quad a>0$ باید نقاط بحرانی را بررسی کنیم

$(x=0)$ $\quad (x = \frac{a}{2})$ $\quad$ برای min مطلق max

$y = \sqrt{a}$ $\quad$ شرط دامنه

$y' = 0 \quad \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{2}{2\sqrt{a-2x}} = 0 \quad \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{a-2x}}$ $\quad x \geq 0$, $a \leq \frac{a}{2}$, $a-2x \geq 0$

$\hookrightarrow 4x = a - 2x$

$y = \sqrt{\frac{a}{6}} + \sqrt{\frac{2a}{3}}$ $\quad 6x = \frac{a}{6}$ $\quad x = \frac{a}{6}$

$x = \frac{a}{2}$ یا $\frac{a}{6}$ یا $0$

$\sqrt{\frac{a}{2}} \times \sqrt{\frac{3a}{2}} = \sqrt{12} \rightarrow a = \pm 4 \xrightarrow{a>0} a = 4 \quad [a] = 4$

---

③

$f(x) = \frac{x^2}{x^2-1} \cdot |x^2-4| \xrightarrow{x \geq 2 , x \leq -2} \frac{x^4 - 4x^2}{x^2-1}$
$\pm 2$

$4x^5 - 12x^3 + 8x - 2x^5 + 4x^3$ $\quad (x^2-1)^2$

$\rightarrow f'(x) = \frac{(4x^3 - 8x)(x^2-1) - (x^4 - 4x^2)(2x)}{(x^2-1)^2}$ $\quad 2x(x^4 - 4x^2 + 4)$ $\quad 2x^5 - 8x^3 + 8x$

$-4x^5 +$

$\hookrightarrow \frac{-x^4+4x^2}{x^2-1} \rightarrow f'(x) = \frac{(-4x^3 + 8x)(x^2-1) - (-x^4 + 4x^2)(2x)}{(x^2-1)^2}$

$-2 \leq x \leq 2$

s.a.m

(۴)

$y = ax^۳ + bx^۲ + cx + d$ $A(۰,۰)$ $B(۱,۱)$

$y' = ۳ax^۲ + ۲bx + c$ $d = ۰$ $\to c = ۰$

$۰ = ۳a(۱) + ۲b(۰) \to ۳a + ۲b = ۰ \to a + b = ۱$ $ab = ۳(-۲) = -۶$

$\frac{۳a + ۲b + a = ۰}{۲} \to a = -۲$ $b = ۳$

(۵)

$f(x) = x|-x^۲ + ۳| \to \sqrt{۳} = x \to f(x) = ۰$

$x = -\frac{۳}{۲} \to -\frac{۳}{۲}(۳ - \frac{۹}{۴}) = -\frac{۹}{۸}$ $f(x) = ۳x - x^۳$

$\to x = \pm ۱$ $f'(x) = ۰ = ۳ - ۳x^۲ \to x = \pm ۱$

$\to x = -۱$ $y = -۲$

min

(۶)

$y'(-۱) = ۰$ $-۳x^۲ + ۶ax = ۰ \to -۳ - ۶a = ۰$

$a = -\frac{۱}{۲}$

$f(-۱) = ۱ \to -۱ = ۱ - \frac{۳}{۲} + b$ $b = -\frac{۱}{۲}$ $\frac{b}{a} = ۱$

کیمیا یحیی آبادی

⑦

$y=\frac{۳}{۲}x^۲+x+\frac{۵}{۶} \rightarrow \min \left| \frac{-b}{۲a}=\frac{-۱}{۲\times\frac{۳}{۲}}=\frac{-۱}{۳} \right.$

$\frac{۳}{۲}(\frac{-۱}{۳})^۲-\frac{۱}{۳}+\frac{۵}{۶}=۰ \leftarrow$ مجانب افقی $y=۰$

$-\frac{۵}{۶}$

$\frac{ax+۳}{(a+۱)x+(a-۱)} \rightarrow a=۰$

$\hookrightarrow \frac{۳}{x-۱} \rightarrow y=\frac{۳}{x-۱}=۰$ بدون جواب قطع نمی‌کند ?

---

⑧

$A(\frac{-۱}{۲}, ۳)$ $\frac{b}{۴}=۳ \rightarrow \boxed{b=۱۲}$

↳ مجانب قائم ریشه‌ی مخرج ↳ مجانب افقی $y=۳$

$۴x^۲+ax+۱ \rightarrow ۴(x+\frac{۱}{۲})^۲$

$(x^۲+x+\frac{۱}{۴})$

$\boxed{a=۴}$

$\frac{b}{a}=۳$ (۱۲ / ۴)

---

⑨

$f(x)=\frac{x^۴}{x^۳-۸}$ ∘ $f'(x)=\frac{۴x^۳(x^۳-۸)-(۳x^۲)(x^۴)}{(x^۳-۸)^۲}$

$=\frac{x^۶-۳۲x^۳}{(x^۳-۸)^۲}$ $x^۳(x^۳-۳۲)$ ↳ $\sqrt[۳]{۳۲}$ ≈ ۳٫۱

$x=۲$

| | ۰ | ۲ | | $\sqrt[۳]{۳۲}$ |
|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | + | − ‖ − | | + |
| $f(x)$ | ↗ | ↘ ت.ن ↘ | | ↗ |

$\sqrt[۳]{۳۲}-۲$

طول نزولی‌ترین بازه‌ی الیاسترولی

---

⑩

$f(x)=\frac{x^۴-۳}{x^۲-۳} \longrightarrow \frac{(۴x^۳)(x^۲-۳)-(۲x)(x^۴-۳)}{(x^۲-۳)^۲} \rightarrow ۲x^۵-۱۲x^۳+۶x$

($۴x^۵-۱۲x^۳$ , $۲x^۵-۶x$)

$\frac{۲x(x^۴-۶x^۲+۳)}{(x^۲-۳)^۲}$

↳ $\pm\sqrt{۳}$

↳ ۰

| $-\sqrt{۳}$ | $-\sqrt{۳-\sqrt{۶}}$ | ۰ | $\sqrt{۳-\sqrt{۶}}$ | $\sqrt{۳}$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| − | − | + | − | + | + |

$\frac{۶\pm\sqrt{۳۶-۴\times۳}}{۲}$ ($۲\sqrt{۶}$, ۲۴, ۱۲) $\rightarrow ۳\pm\sqrt{۶}$ $\pm\sqrt{۳+\sqrt{۶}}$ در بازه وجود ندارد

$\pm\sqrt{۳-\sqrt{۶}}$

s.a.m

$\boxed{۳ \text{ بازه}}$