۱۳٫۵

Date: **Sub:** تینا گلچین - پاسخ تشریحی تکلیف

۱- $f(x) = \sqrt{x(1-|x|)}$ m ← ماکسیمم n ← مینیمم k تعداد نقاط بحرانی

$$f(x)=\begin{cases}\sqrt{x(1-x)} & ۰\leq x\leq 1\\ \sqrt{x(1+x)} & x\leq -1\end{cases}\qquad f'(x)=\begin{cases}\dfrac{1-۲x}{۲\sqrt{x(1-x)}} & ۰<x<1\\ \dfrac{1+۲x}{۲\sqrt{x(1+x)}} & x<-1\end{cases}$$

نقاط بحرانی
$x=۰$
$x=1$
$x=-1$
$x=\frac{1}{۲}$

تعداد ماکزیمم نسبی $m=1$ / تعداد مینیمم نسبی $n=۰$ / تعداد نقاط بحرانی $k=۴$ ۴

$\rightarrow m+n+k = ۵$

۲- حاصل ضرب بیشترین مقدار و کمترین مقدار $f(x)=\sqrt{x}+\sqrt{a-۲x}$ ← $\sqrt{1۲}$ $[a]=?$ $a>۰$

$$D_f=\begin{cases}x\geq ۰\\ a-۲x\geq ۰ \rightarrow x\leq \frac{a}{۲}\end{cases}\qquad \left[۰, \frac{a}{۲}\right]$$

۱۲۸

$$f'(x)=\frac{1}{۲\sqrt{x}}-\frac{1}{\sqrt{a-۲x}}=\frac{\sqrt{a-۲x}-۲\sqrt{x}}{۲\sqrt{x(a-۲x)}}=۰$$

$\rightarrow \sqrt{a-۲x}=۲\sqrt{x} \longrightarrow a-۲x=۴x \longrightarrow a=\frac{x}{۶} \rightarrow x=\frac{a}{۶}$ $a=۴$

x	۰	$\frac{a}{۶}$	$\frac{a}{۲}$
$f(x)$	$\sqrt{a}$	$۳\sqrt{\frac{a}{۶}}$	$\sqrt{\frac{a}{۲}}$

$\rightarrow \max \times \min = ۳\sqrt{\frac{a}{۶}} \times \sqrt{\frac{a}{۲}} = \sqrt{1۲}$ ✓   ۴

۳- تعداد نقاط اکسترمم نسبی تابع   ۳تا $f(x)=\frac{x^۲}{x^۲-1}|x^۲-۴|$

مینیمم نسبی ← $x=\pm ۲$

ماکسیمم نسبی ← $x=۰$

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^۲}{x^۲-1}(x^۲-۴) & x\geq ۲,\ x\leq -۲\\ \dfrac{-x^۲}{x^۲-1}(x^۲-۴) & -۲<x<۲\end{cases}\qquad f'(x)=\begin{cases}\dfrac{۲x(x^۴-۲x^۲+۴)}{(x^۲-1)^۲} & x\leq -۲,\ x\geq ۲\\ \dfrac{۲x(-x^۴+۲x^۲-۴)}{(x^۲-1)^۲} & -۲<x<۲\end{cases}$$

x	$-\infty$		-۲		-1		۰		1		۲		$+\infty$
f'		$-$		$+$		$+$		$-$		$-$		$+$	
f		↘		↗		↗		↘		↘		↗	

✓ ۲

$y' = ۳ax^۲+۲bx+c=۰ \xrightarrow{x=۰} c=۰ \xrightarrow{x=۱} ۳a+۲b+c=۰ \xrightarrow{c=۰} ۳a+۲b=۰ \rightarrow a=-\frac{۲b}{۳} \xrightarrow{b=۳} a=-۲$

$y = -\frac{۲b}{۳}x^۳+bx^۲+d \xrightarrow{A(۰,۰)} d=۰ \xrightarrow{b(۱,۱)} y=-\frac{۲b}{۳}+b+d=۱ \xrightarrow{d=۰} \frac{۱}{۳}b=۱ \rightarrow b=۳$

Date: Sub:

$y' = ۳ax^۲+۲bx+c$

$a\times b = -۲\times ۳ = -۶$

۴- $A(۰,۰)$ $B(۱,۱)$ نقاط اکسترمم نسبی $y=ax^۳+bx^۲+cx+d$

$f(۰)=۰ \longrightarrow d=۰$ $\qquad ab=-۲$ ①

$f'(۰)=۰ \longrightarrow c=۰$

$f(۱)=۱ \longrightarrow a+\overset{-۲a}{b}=۱ \longrightarrow a=-۱$

$f'(۱)=۰ \rightarrow ۴a+۲b=۰ \rightarrow ۲a+b=۰ \rightarrow b=-۲a \rightarrow b=۲$

min مطلق $\rightarrow -۲$

۵- $f(x)=x|۳-x^۲|$ در بازه $[-۱/۵, \sqrt{۳}]$

$$f(x)=\begin{cases} -x(۳-x^۲) & x\geq\sqrt{۳} \\ & x\leq-\sqrt{۳} \\ x(۳-x^۲) & -\sqrt{۳}<x<\sqrt{۳} \end{cases} \longrightarrow f'(x)=\begin{cases} ۳x^۲-۳=۰ & x\geq\sqrt{۳} \\ x=+۱ \times & x\leq-\sqrt{۳} \\ x=-۱ \times & \\ -۳x^۲+۳ & -\sqrt{۳}<x<\sqrt{۳} \end{cases}$$

$f'(x)=۰$ $\boxed{\begin{matrix} x=+۱ \\ x=-۱ \end{matrix}}$

۴

مشتق ناپذیر

$f'_-(-\sqrt{۳})=۶$ $\qquad f'_+(-\sqrt{۳})=-۶$

$f'_-(\sqrt{۳})=-۶$ $\qquad f'_+(\sqrt{۳})=۶$

$[-۱/۵, \sqrt{۳}]$

نقاط بحرانی
$$\begin{cases} x=-۱/۵ \xrightarrow{\text{جا گذاری}} -۱/۱۲۵ \\ x=-۱ \longrightarrow -۲ \\ x=۱ \longrightarrow ۲ \\ x=\sqrt{۳} \longrightarrow ۰ \end{cases}$$

۶- $A(-۱,۱)$ اکسترمم نسبی $y=x^۲|x|+۳ax^۲+b$ $\qquad (-x^۳)$

$\frac{b}{a}=?$ $\quad -۳ \qquad \frac{۳/۲}{-۱/۲}$

$y'=-۳x^۲+۶ax$

$f(-۱)=۱ \longrightarrow \cancel{۱}+۳a+b=\cancel{۱} \longrightarrow -۳a=b \longrightarrow b=۳/۲$

$f'(-۱)=۰ \longrightarrow -۳-۶a=۰ \longrightarrow a=-۱/۲$

۲

$x_{min} = \frac{-b}{۲a} = \frac{-۱}{۲(\frac{۳}{۲})} = \frac{-۱}{۳}$

-۷ ۰

مجانب قائم = ریشه مخرج = $\frac{-d}{c} = \frac{۱-a}{a+۱} = \frac{-۱}{۳} \rightarrow ۳-۳a = -a-۱ \rightarrow ۲a = ۴ \rightarrow a = ۲$

$\rightarrow y = \frac{۲x+۳}{۳x+۱} \xrightarrow{y=۰} ۲x+۳ = ۰ \rightarrow x = \frac{-۳}{۲}$

-۸ ۰

$۴(-\frac{۱}{۲})^۲ + a(-\frac{۱}{۲}) + ۱ = ۰ \rightarrow \frac{۱}{۲}a = ۲ \rightarrow a = ۴$

$\frac{b}{a} = \frac{۱۲}{۴} = ۳$

مجانب افقی $\rightarrow \lim\limits_{x \to \infty} \frac{bx^۲+۷}{۴x^۲+ax+۷} \rightarrow \frac{b}{۴} = ۳ \rightarrow b = ۱۲$

-۹ $f(x) = \frac{x^۴}{x^۳-۸}$ مینیمم طول بازه‌ها

$$y' = \frac{۴x^۳(x^۳-۸) - ۳x^۲(x^۴)}{(x^۳-۸)^۲} = \frac{x^۶ - ۳۲x^۳}{(x^۳-۸)^۲}$$

$x^۳(x^۳-۳۲)$ ، ۰ ، $\sqrt[۳]{۳۲}$ ، ۲

۲

		۰		۲		$\sqrt[۳]{۳۲}$	
y'	+		−		−		+

$(۲, \sqrt[۳]{۳۲}) \rightarrow \underbrace{۲\sqrt[۳]{۴} - ۲}_{\text{مینیمم طول بازه‌ها}}$

-۱۰ $x \in (-۲, ۲)$ $f(x) = \frac{x^۴-۳}{x^۲-۲}$ ۴ بازه

در ۳ بازه اکیداً نزولی

x		$-\sqrt{۳}$		$-\sqrt{۳-\sqrt{۶}}$		۰		$\sqrt{۳-\sqrt{۶}}$		$\sqrt{۳}$	
y'	−		−		+		−		+		+

۰/۷۵

$$y' = \frac{۴x^۳(x^۲-۲) - ۲x(x^۴-۳)}{(x^۲-۲)^۲} = \frac{۲x^۵ - ۸x^۳ + ۶x}{(x^۲-۲)^۲}$$

$(x^۲-۱)(x^۲-۳)$

$$= \frac{۲x(x^۴-۴x^۲+۳)}{x^۲-۲}$$

		$-\sqrt{۳}$		$-\sqrt{۲}$		-۱		۰		۱		$\sqrt{۲}$		$\sqrt{۳}$	
	−		+		+		−		+		−		−		+
	1						2				3		4		

$۲x^۵ - ۱۲x^۳ + ۶x = ۰ \rightarrow ۲x(x^۴ - ۶x^۲ + ۳) = ۰ \rightarrow \{x = ۰$

$\rightarrow x^۴ - ۶x^۲ + ۳ = ۰ \xrightarrow{x^۲=t} t^۲ - ۶t + ۳ = ۰ \rightarrow t = \frac{۶\pm\sqrt{۲۴}}{۲} = ۳\pm\sqrt{۶} \rightarrow \begin{cases} x = \pm\sqrt{۳-\sqrt{۶}} \\ x = \pm\sqrt{۳+\sqrt{۶}} \end{cases}$ غ ق ق

ESPADANA