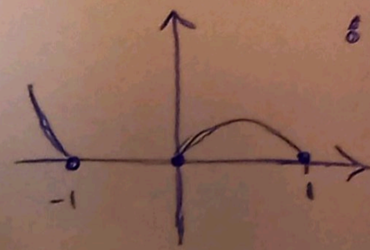
سیده ثنا نبی حلبا ۱۶/۵ تکلیف شماره ۲۶ (دوازدهم) دفتر A- جمعها

① شکل تقریبی تابع:




$f(x)=\sqrt{x(1-|x|)}$ $\xrightarrow{x\geq 0}$ $\sqrt{x-x^2}$ $x(1-x)$

| 0 | 1 |
|---|---|
| − | + | − |

ج

$\xrightarrow{x<0}$ $\sqrt{x+x^2}$ $x(1+x)$

| −1 | 0 |
|---|---|
| + | − | + |

ج

$m=1$ $n=0$ $K=4$ $\Rightarrow m+n+K=5$ ✓ ۲

② $f(x)=\sqrt{x}+\sqrt{a-2x}$ $D_f=[0, \frac{a}{2}]$

$f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}-\frac{1}{\sqrt{a-2x}}=0 \Rightarrow 2\sqrt{x}=\sqrt{a-2x} \Rightarrow x=\frac{a}{6}$

$\Rightarrow f(0)=\sqrt{a}$ $f(\frac{a}{2})=\sqrt{\frac{a}{2}}$ (max) $f(\frac{a}{6})=\sqrt{\frac{a}{6}}+\sqrt{\frac{2a}{3}}=\frac{3\sqrt{a}}{\sqrt{6}}$ (min)

$\frac{3\sqrt{a}}{\sqrt{6}}\times\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{2}}=\sqrt{12} \rightarrow a=4$

$[4]=\frac{4}{1}$ ✓ ۲

③ نقاط $x=\pm 2$ نقاط گوشه‌ای و همواره اکسترمم نسبی هستند.

$\frac{x^2}{x^2-1}|x^2-4|$

| | −2 | | 2 | |
|---|---|---|---|---|
| $\frac{x^4-4x^2}{x^2-1}$ | | $\frac{4x^2-x^4}{x^2-1}$ | | $\frac{x^4-4x^2}{x^2-1}$ |

$\Rightarrow$ دارای ۳ نقطه‌ی بحرانی هست

$f'(x)=\frac{(4x^3-8x)(x^2-1)-2x(x^4-4x^2)}{(x^2-1)^2}=0$

$4x^5-4x^3-8x^3+8x-2x^5+8x^3=0$ ✓ ۲

$2x(2x^4-4x^2+8)=0$ (ریشه ندارد) $x=0$ مشتق را صفر می‌کند

④ $y=ax^3+bx^2+cx+d$

(۴)

$y = ax^3 + bx^2 + cx + d$

(1) → ۱) دو نقطه در تابع صدق می کنند $\Rightarrow A(0,0) \Rightarrow d = 0 \quad B(1,1) \Rightarrow a+b+c+d=1 \Rightarrow a+b+c=1$

(2) → در این دو x مشتق صفر است $\quad y' = 3ax^2 + 2bx + c \begin{cases} x=0 \to c=0 \\ x=1 \to 3a+b=0 \end{cases}$

$a+b=1$, $3a+b=0$ → $2a=-1 \to a=\frac{-1}{2}$, $b=\frac{3}{2}$

$ab = \frac{-3}{4}$

$y' = 3ax^2+2bx+c=0 \xrightarrow{x=0} c=0 \xrightarrow{x=1} 3a+2b+c=0 \xrightarrow{c=0} 3a+2b=0 \to a=\frac{-2b}{3}$

$y = -\frac{2b}{3}x^3+bx^2+d \xrightarrow{A(0,0)} d=0$

$\xrightarrow{b(1,1)} y=-\frac{2b}{3}+b+d=1 \xrightarrow{d=0} \frac{1}{3}b=1 \to b=3 \to a=-2$

$a \times b = -2\times3 = -6$ (۱)

$f(x) = x|3-x^2| \to x \in [-1/5, \sqrt{3}]$ (۵)

$f(-\frac{3}{2}) = \frac{-3}{2}\times|3-\frac{9}{4}| = \frac{-3}{2}\times\frac{3}{4} = \frac{-9}{8}$

$f(\sqrt{3}) = 0 \quad f(1) = 2$

| $x$ | $-\sqrt{3}$ | $x=1$ | $\sqrt{3}$ |
|---|---|---|---|

$x(x^2-3)$, $x^3-3x$, $3x^2-3=0$, $x=1$ ✗

$f'(x)=0 \to 3-3x^2=0 \to x^2=1 \to x=\pm1$

نقاط بحرانی → $\begin{cases} x=-1/5 \to f(-1/5) = -1/125 \\ x=-1 \to f(-1)=-2 \\ x=1 \to f(1)=2 \\ x=\sqrt{3} \to f(\sqrt{3})=0 \end{cases}$

min مطلق $= \frac{-9}{8}$

→ min مطلق در بازه $= -2$ (۱)

$A(-1,1) \xrightarrow{\text{جایگذاری}} 1+3a+b=1 \to 3a+b=0$ (۶)

مشتق $\to -x^3+3ax^2+b \xrightarrow{y'} -3x^2+6ax \to -3-6a=0 \quad a=\frac{-1}{2}, b=\frac{3}{2}$

$\frac{b}{a} = \frac{\frac{3}{2}}{-\frac{1}{2}} = -3$ ✓ (۲)

(۷) $x=\frac{-1}{3}$ مجانب قائم هموگرافیک است پس در دامنه قرار ندارد :

$y = \frac{3}{2}x^2+x+\frac{5}{6}$

$y' = 3x+1 \quad 3x+1=0 \to x=-\frac{1}{3}$

$-\frac{1}{3}$: $-$ | $+$ ✓

$(a+)\frac{-1}{3}+a-1 = \frac{-a}{3}-\frac{1}{3}+a-1=0$

$\frac{2a}{3}-\frac{4}{3}=0 \to a=2 \Rightarrow y=\frac{2x+3}{3x+1}$ (۲)

جایی که تابع هموگرافیک محور xها را قطع می کند $y=0$ است. $\Leftarrow x=\frac{-3}{2} \leftarrow 2x+3=0$ ✓

۸) $x = -\frac{1}{2}$ مجانب قائم است ← نقطه‌ای که در دامنه قرار ندارد.

$y = 3$ مجانب افقی است ← حد تابع در $+\infty$

$$y = \frac{bx^2+7}{4x^2+ax+1} \qquad A = \left(-\frac{1}{2}, 3\right)$$

$$\lim_{x \to \infty} \frac{bx^2+7}{4x^2+ax+1} = \frac{b}{4} = 3 \qquad b = 12$$

$$4\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 = 4\left(x^2+x+\frac{1}{4}\right) = 4x^2+4x+1 \longrightarrow a = 4$$

$$\Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{12}{4} = \boxed{3}$$

✓ (2)

---

۹)

$$f(x) = \frac{x^4}{x^3-8} \rightarrow f'(x) = \frac{4x^3(x^3-8) - 3x^2(x^4)}{(x^3-8)^2} = \frac{x^6 - 32x^3}{(x^3-8)^2} = \frac{x^3(x^3-32)}{(x^3-8)^2}$$

| | 0 | | 2 | | $2\sqrt[3]{4}$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| + | | − | | − | | + |

$$\underset{\text{بازه}}{\min} = 2\sqrt[3]{4} - 2 = 2\left(\sqrt[3]{4} - 1\right)$$

✓ (2)

---

۱۰) ۴ بازه (0.5)

$$f(x) = \frac{x^4-3}{x^2-2} \qquad f'(x) = \frac{4x^3(x^2-2) - 2x(x^4-3)}{(x^2-2)^2} = \frac{2x^5 - 8x^3 + 6x}{(x^2-2)^2}$$

$$= \frac{2x(x^4-4x^2+3)}{(x^2-2)^2} = \frac{2x(x^2-1)(x^2-3)}{(x^2-2)^2}$$

| | $-\sqrt{3}$ | | $-\sqrt{2}$ | | $-1$ | | 0 | | 1 | | $\sqrt{2}$ | | $\sqrt{3}$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| − ✓ | | + | | − ✓ | | + | | − ✓ | | + | | − ✓ | | + |

سوال ۱۰

$$f'(x)=\frac{4x^3(x^2-3)-2x(x^4-3)}{(x^2-3)^2}=\frac{2x\left((2x^4-6x^2)-(x^4-3)\right)}{(x^2-3)^2}$$

$$2x^5-12x^3+6x=0 \longrightarrow 2x(x^4-6x^2+3)=0 \longrightarrow \{x=0$$

$$\longrightarrow x^4-6x^2+3=0 \xrightarrow{x^2=t} t^2-6t+3=0 \longrightarrow t=\frac{6\pm\sqrt{24}}{2}=3\pm\sqrt{6} \longrightarrow \begin{cases} x=\pm\sqrt{3-\sqrt{6}} \\ x=\pm\sqrt{3+\sqrt{6}} \end{cases}$$ غ ق ق

| $x$ | | $-\sqrt{3}$ | | $-\sqrt{3-\sqrt{6}}$ | | $0$ | | $\sqrt{3-\sqrt{6}}$ | | $\sqrt{3}$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | $-$ | ت | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | ت | $+$ |

→ در ۳ بازه اکیداً نزولی