همراه با تستی کنکور ۲۴ «A» ۲۰

(۱)

$f(x)=\sqrt{x(1-|x|)}$ $\quad f(x)=\begin{cases}\sqrt{x-x^2} & x\geq 0\\ \sqrt{x+x^2} & x\leq 0\end{cases}$

$f'(x)=\begin{cases}\frac{1-2x}{2\sqrt{x-x^2}} & 0<x<1\\ \frac{1+2x}{2\sqrt{x+x^2}} & x<0\end{cases}$

بازه: $x=0,1,-1,\frac{1}{2}$ (۴)

$\max=1$

$\min=0$

$a+b+c=2$ ✓

(۲)

$f(x)=\sqrt{x}+\sqrt{a-2x}$ $\quad f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}+\frac{-2}{2\sqrt{a-2x}}$ $\quad D_f=[0,\frac{a}{2}]$

$\frac{1}{2\sqrt{x}}=\frac{1}{\sqrt{a-2x}}\Rightarrow\frac{1}{4x}=\frac{1}{a-2x}\rightarrow a-2x=4x\rightarrow x=\frac{a}{6}$ (۳)

x	0	$\frac{a}{6}$	$\frac{a}{2}$
$f(x)$	$\sqrt{a}$	$\sqrt{\frac{a}{3}}$	$\sqrt[4]{\frac{a}{9}}$

$\max\times\min=\sqrt{\frac{a}{3}}\times\sqrt[4]{\frac{a}{9}}=\sqrt{12}$ ✓ $a=4$

(۳)

$f(x)=\frac{x^2|x^2-4|}{x^2-8}\rightarrow f(x)=\begin{cases}\frac{-x^2(x^2-4)}{x^2-8} & x^2\leq 4\\ \frac{x^2(x^2-4)}{x^2-8} & x^2>4\end{cases}$ $\quad D_f=\mathbb{R}-[-2,2]$

$f'(x)=\begin{cases}\frac{2x(x^4-12x^2+32)}{(8-x^2)^2} & -2<x<2\\ \frac{2x(x^4-12x^2+32)}{(x^2-8)^2} & x<-2,\ x>2\end{cases}$

$x^4-12x^2+32=0\rightarrow x^2=4,8\rightarrow x=\pm2,\pm2\sqrt{2}$

x	$-2\sqrt{2}$	-2	0	2	$2\sqrt{2}$
$f'(x)$	$+$	$+$	$-$	$-$	$+$

(۴) ۳ عدد

(۴)

$y'=3ax^2+2bx+c$ $\quad d=0$ $\quad y\rightarrow a+b+c=1$

$0\rightarrow c=0$

$1\rightarrow 3a+2b=0\rightarrow -\frac{3}{2}a=b\rightarrow a-\frac{3}{2}a=-\frac{1}{2}a=1$ (۲)

$a=-2$ $\quad b=3$ $\quad ab=-6$ ✓

(۵)

$y=x|x^2-4|\rightarrow 0,\pm\sqrt{4},-\sqrt{4}$

$x\geq\sqrt{4}\quad -x(x^2-4)$

$x\leq\sqrt{4}\quad x(x^2-4)$

$-\sqrt{4}<x<\sqrt{4}$

x	-2	$-\sqrt{4}$	0	$\sqrt{4}$	2
$f(x)$	0	0	0	0	2

$f'(x)\begin{cases}3x^2-4\rightarrow x=\pm1\\ -3x^2+4\rightarrow x=\pm1\end{cases}$

(۲)

مینیمم‌های نسبی $=(-1,-2)$ ✓

۴)

$x>0 \rightarrow x^2+2ax+b$

$x<0 \rightarrow -x^2+2ax+b \rightarrow -2x+2a \rightarrow -2(1)-2a=0$

$-2=2a \rightarrow -\frac{1}{2}=a$

$1+2a+b=1 \rightarrow b=-2\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{2}{2}=b$

$\frac{b}{a}=\frac{\frac{2}{2}}{\frac{-1}{2}}=-2$ ✓ (۲)

۷)

$y=\frac{3}{2}x^2+x+\frac{a}{4} \rightarrow \frac{-1}{2(\frac{3}{2})}=x_{min}=\frac{-1}{3} \rightarrow \frac{3}{2}\left(\frac{1}{9}\right)\left(\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{3}+\frac{a}{4}$

$\frac{1}{6}-\frac{1}{3}+\frac{a}{4}=\frac{a}{4}+\frac{2}{4}$ (۲) $\rightarrow$ حباب قائم $\rightarrow \frac{-1}{3}$

$\frac{-1}{3} \rightarrow x=\frac{-a+1}{a+1}=\frac{-1}{3} \rightarrow -3a+3=a+1 \rightarrow -4a=-2 \rightarrow a=2$

$\frac{2x+3}{4x+1}=0 \rightarrow x=\frac{-3}{2}$ ✓

۸)

$y=\frac{bx^2+1}{4x^2+ax+1} \quad A\left(-\frac{1}{2},2\right) \rightarrow x=-\frac{1}{2} \rightarrow$ مجانب قائم

$4\left(\frac{1}{4}\right)-\frac{1}{2}a+1=0 \rightarrow \frac{1}{2}a=2 \rightarrow a=4$

$\frac{b}{a}=\frac{12}{4}=3$ (۳)

a افقی $\rightarrow 2$

$\frac{b}{4}=3 \rightarrow b=12$ ✓ (۲)

۹)

$f'(x)=\frac{(4x^3)(x^2-1)-(2x)(x^4)}{(x^2-1)^2}=0$

$4x^5-4x^3-2x^5=0 \rightarrow 2x^5-4x^3=0 \rightarrow x^3=2 \rightarrow x=\sqrt[3]{2}$

	0		$\sqrt[3]{2}$	
f'	$+$	$-$	$-$	$+$
		نزولی	نزولی	

$\left(\sqrt[3]{2},\sqrt[3]{4}\right) \rightarrow$ min نقطه $\rightarrow -\sqrt[3]{4}$ ✓ (۲)

۱۰)

$f'(x)=\frac{(4x^3)(x^2-3)-(2x)(x^4-3)}{(x^2-3)^2}=\frac{4x^5-12x^3-2x^5+6x}{(x^2-3)^2}$

$=\frac{2x^5-12x^3+6x}{(x^2-3)^2}$

$2x(x^4-6x^2+3)=0$

$x=0$

$x^2=t \rightarrow t^2-6t+3=0$

$\Delta=36-12=24$

$t=\frac{6\pm\sqrt{24}}{2}=3\pm\sqrt{6}$

$x=\pm\sqrt{3\pm\sqrt{6}}$

3 نقطه‌ی بحرانی

	$-\sqrt{3+\sqrt{6}}$		$-\sqrt{3-\sqrt{6}}$		0		$\sqrt{3-\sqrt{6}}$		$\sqrt{3+\sqrt{6}}$	
f'	$-$	$+$	$+$	$-$	0	$+$	$+$	$-$	$-$	$+$
	↓	↑	↑	↓		↑	↑	↓	↓	↑

3 نقطه‌ی نزولی ✓ (۲)