$\lim_{x\to0^-}\frac{f(x)}{x}=2 \to \lim_{x\to0^-}\frac{-4\sin(2x)\cos^2(2x)+2ax}{x}=2$ هوپیتال $\to \lim_{x\to0^-}\frac{-4\times2x+2a}{x}=2$

$\to \lim_{x\to0^-}\frac{(2a-12)x}{x}=2 \to 2a-12=2 \to \boxed{a=7}$ $\quad a+b=4$

نام و نام خانوادگی .....19..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۲۷.. کلاس .....

$f(x)=\cos^2(2x)+ax^2+b \xrightarrow{\text{هم‌ارزی}} \cos x: f(x)=(1-2x^2)^2+ax^2+b \to a+b=-14$ ۷

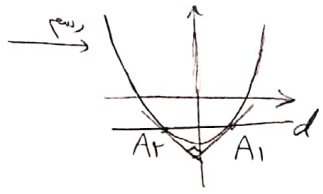
$f(x)=-8x^4+12x^2-4x^2+1+ax+b=-8x^4+12x^2+(a-4)x^2+(b+1)$

$\lim_{x\to0^+}\frac{f(x)}{x}=0$ ← هم‌ارز x ← $f(x)$ ضریب ثابت $\Rightarrow b+1=0 \Rightarrow \boxed{b=-1}$ ✓ $\Rightarrow f(x)=-8x^4+12x^2+(a-4)x^2$ ۱

$\lim_{x\to0}\frac{f'(x)}{x}=2 \Rightarrow \frac{f(x)-f(0^-)}{x-0}=\frac{f(x)-f(0^-)}{x^2}=\frac{-8x^4+12x^2+(a-4)x^2}{x^2}=-8x^2+12x^2+(a-4)=2$ ① $\Leftarrow f(0)=0$

$x=0 \Rightarrow a-4=2 \Rightarrow \boxed{a=8}$

$y=x^2-1$ ۲



$\to$ تقارن $\to A_1(x,y)$ ، $A_2(-x,y)$

$f'(x)=2x \to A_1 \Rightarrow y'=2x$ ، $A_2 \Rightarrow y'=-2x$ $\xrightarrow{\text{ضرب}} -4x^2=-1$ ② $\Leftarrow$ شیب‌ها $=-1$ $\Rightarrow x^2=\frac{1}{4} \Rightarrow x=\pm\frac{1}{2}$

$A_1 \to x=\frac{1}{2}, y=\frac{1}{4}-1=\frac{-3}{4}$

$A_2 \to x=-\frac{1}{2}, y=\frac{1}{4}-1=\frac{-3}{4}$ $\Big\} \to \frac{-3}{4}+\frac{-3}{4}=\frac{-6}{4}=\boxed{\frac{-3}{2}}$ ✓

$(2,0.9)$ $(0,0.5,-12)$ $\xrightarrow{\text{شیب}} m=\frac{9-(-12)}{2-(-0.5)}=\frac{18}{2.5}=4$ $\xrightarrow[\text{نقطه}]{\text{معادله}}$ $y+12=4(x+0.5) \Rightarrow y=4x-9$ ③ ۳

$y=4x-9$ $\Big\}$ $\to 4x-9=\frac{a}{2x-1} \Rightarrow a=(4x-9)(2x-1)$

$y=\frac{a}{2x-1}$ $\Big\}$ $\to 4=-a(2x-1)^{-2}(2) \Rightarrow a=-2(2x-1)^2$ $\Big\} \to (4x-9)(2x-1)=-2(2x-1)^2$

$\Rightarrow a=(4-9)(2-1)=-2 \Rightarrow f(x)=\frac{-2}{2x-1} \Rightarrow f(0.5)=\frac{-2}{0.5-1}=\boxed{\frac{-1}{2}}$ (نقطه‌ی مشترک) ✓ $x\neq\frac{1}{2} \Rightarrow 4x-9=-4x+2$

$12x=12, x=1$

$y=2x+b$ $\Big\}$ $\Rightarrow x=1$ $\to 2+b=\frac{a+1}{a+1} \xrightarrow{a\neq-1} 2+b=1 \Rightarrow b=-1$ ۴

$y=\frac{x+a}{ax+1}$ $\Big\}$ مماس

$\to 2=\frac{1-a^2}{(ax+1)^2} \Rightarrow 2=\frac{1-a^2}{a^2+2a+1} \Rightarrow 2a^2+2a+2=1-a^2$ ④

$3a^2+2a+1=0$

$a=-1$ (ق ق) ، $\frac{-1}{3}$ ✓

$\Rightarrow a-b=\frac{-1}{3}-(-1)=\boxed{\frac{2}{3}}$

$f(x)=\sin x+\frac{1}{2}\cos x$ $\Big\}$ $\Rightarrow \sin x+\frac{1}{2}\cos x=\frac{2}{2}\sin x$ ۵

$g(x)=\frac{2}{2}\sin x$

$\frac{1}{2}\cos x=\frac{1}{2}\sin x \Rightarrow \cos x=\sin x \Rightarrow x=\frac{\pi}{4}$

$x\in[0,\pi]$ $\qquad x\in[0,\pi]$ ⑤

$f(\frac{\pi}{4})=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{4}=\frac{3\sqrt{2}}{4}$

$f'(x)=\cos x-\frac{1}{2}\sin x \Rightarrow f'(\frac{\pi}{4})=\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{4}=\frac{\sqrt{2}}{4}$ $\xrightarrow[\text{نقطه}]{\text{معادله}}$ $\frac{\sqrt{2}}{4}(x-\frac{\pi}{4})=y-\frac{3\sqrt{2}}{4}$

$y=0 \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{4}(x-\frac{\pi}{4})=\frac{-3\sqrt{2}}{4} \Rightarrow \boxed{x=-3+\frac{\pi}{4}}$ ✓

۹

$f(x)=2x^4-8x^3-12x+1 \Rightarrow f'(x)=8x^3-24x-12=4(x^3-3x-1)=4(x-2)(x+1)$ تعیین علامت

x	-1		2
f'	$+$	$-$	$+$
f	max نسبی	↘	min نسبی
	A		B

$f(-1)=-2-8+12+1=3$

$f(2)=16-32-24+1=-19$

$\xrightarrow{\text{شیب}} m_{AB}=\frac{3-(-19)}{-1-2}=\frac{22}{-3}=\frac{-9}{}$

شیب مماس $=f'(x)$

$\xrightarrow{\text{موازی}}$ شیب خط $=\frac{-8}{2}$

$\Rightarrow 4(x^2-3-1)=-8 \Rightarrow 4x^2-12x-4=0 \Rightarrow \Delta=144-(-16)>0 \Rightarrow$ ۲ ریشه $\Rightarrow$ ۲ نقطه

۷

$y=kx^3+(k+1)x^2 \longrightarrow y'=3kx^2+2(k+1)x$

$y''=6kx+2(k+1)=0 \Rightarrow x=-\frac{2(k+1)}{6k}$ تقسیم $\frac{k+1}{k}<0$

$k<0$

k	-1		0
$\frac{k+1}{k}$	$-$	$+$	$-$

تعیین علامت

عدد صحیح منفی

دقت کنید که k صحیح منفی باشد. $\leftarrow$ لازم نیست x به دست آمده را در تابع بررسی کنیم.

۸

$y=x^3+ax^2+bx-1 \xrightarrow{(-1,4)} y'=3x^2+2ax+b$

سیر خط‌های مماس افقی = نقطه عطف

$y''=6x+2a=0 \Rightarrow x=\frac{-2a}{6}=\frac{-a}{3}$

$\frac{-a}{3}=-1 \Rightarrow a=3$

$-4=-1+3-b-1 \Rightarrow b=3$

$\longrightarrow \frac{a}{b}=\frac{3}{3}=1$

۹

$A(0,4)$ نسبی max $\longrightarrow f(0)=4 \Rightarrow 0+0+0+c=4 \Rightarrow c=4$

$f'(x)=3x^2+2ax+b \Rightarrow f'(0)=0 \Rightarrow 0+0+b=0 \Rightarrow b=0$

$\Rightarrow f(x)=x^3+ax^2+4$

$f'(x)=3x^2+2ax=0 \longrightarrow x=0$ نسبی max ، $x=-\frac{2a}{3}$ نسبی min $\rightarrow f(x_{\text{min نسبی}})=0$

$\Rightarrow f(-\frac{2a}{3})=0 \Rightarrow (-\frac{2a}{3})^3+a(-\frac{2a}{3})^2+4=0 \Rightarrow -\frac{8a^3}{27}+\frac{4a^3}{9}+4=0 \Rightarrow \frac{4a^3}{27}=-4 \Rightarrow a=-3$

$\text{min نسبی}=-\frac{2a}{3}=2$

۱۰

$f(x)=x^4-8x^2+5 \longrightarrow f'(x)=4x^3-16x=0 \Rightarrow 4x(x^2-4)=0 \rightarrow x=0, \pm 2$

$f''(x)=12x^2-16=0 \Rightarrow 12(x^2-1)=0 \rightarrow x=\pm 1$ C,D

x	-2		0		2
f'	$-$	$+$	0	$-$	$+$
f	↘			↘	
	B				A

$\Rightarrow x=\pm\sqrt{4}$ B, A

$f(\sqrt{4})=9-9(4)+5=-3$

$f(-\sqrt{4})=9-9(4)+5=-3$

$\xrightarrow{m_{AB}} \frac{-3-(-3)}{\sqrt{4}-(-\sqrt{4})}=0$

$f(1)=1-9(1)+5=0$

$f(-1)=1-9(1)+5=0$

$\xrightarrow{m_{CD}} \frac{0-0}{1-(-1)}=0$

زاویه بین دو خط موازی صفر