$m = \frac{6-(-12)}{2.5-(-0.5)} = \frac{18}{3} = 6$ → $y = 6x - 9$

$6 = 6(2.5) + b \rightarrow b = -9$

$f(5) = -\frac{1}{3}$

خط بر منحنی مماس است → $\Delta = 0$

$\frac{a}{2x-1} = (6x-9) \rightarrow 12x^2 - 18x - 6x + 9 - a = 0 \rightarrow 12x^2 - 24x + 9 - a = 0$

$\Delta = 0 \rightarrow (24)^2 - 4(12)(9-a) = 0 \rightarrow 576 - 432 + 48a = 0 \rightarrow 48a = -144 \rightarrow a = -3$

آدرینا حسینی — تکلیف ریاضی ۲۷ — دوازدهم ریاضی A عبد

۵٫۲۵

۳ (۰٫۵)

$f(x) = \frac{a}{2x-1} \rightarrow f'(x) = \frac{0 \times (2x-1) - 2a}{(2x-1)^2} \rightarrow f'(x) = \frac{-2a}{(2x-1)^2} \rightarrow x = -\frac{1}{2} \rightarrow \frac{-2a}{4} = -12$, $a = 24$

$(-0.5, -12)$ ↳ $f(x) = \frac{24}{2x-1} = \frac{24}{9} = \frac{8}{3}$

$(2.5, 6)$

۴ (۲)

$y = 2x + b$

$y = \frac{x+a}{ax+1} \rightarrow y' = \frac{1-a^2}{(ax+1)^2} \rightarrow y' = \frac{1-a^2}{(a+1)^2} = \frac{(1-a)(a+1)}{(a+1)(a+1)} = 2$

$2a + 2 = 1 - a \rightarrow 3a = -1 \rightarrow a = -\frac{1}{3} \rightarrow a - b = -\frac{1}{3} + 1 = \frac{2}{3}$

$f(1) = \frac{1 - \frac{1}{3}}{-\frac{1}{3} + 1} = 1 \rightarrow 2(1) + b = 1 \rightarrow b = -1$

۸ (۱)

$y = x^3 + ax^2 + bx - 1 \rightarrow x = -1 \rightarrow -1 + a - b - 1 = -4 \rightarrow a - b = -2$ → $b = 7$, $-a = -5$, $a = 5$

$y' = 3x^2 + 2ax + b \rightarrow x = -1 \rightarrow 3 - 2a + b = 0 \rightarrow b - 2a = -3$

$\frac{a}{b} = \frac{3}{5}$

عطف $x = \frac{-b}{3a} \rightarrow x = \frac{-a}{3} \rightarrow \frac{-a}{3} = -1 \rightarrow a = 3$

$-4 = -1 + 3 - b - 1 \rightarrow b = 5$

۹ (۱٫۷۵)

$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$

$f(0) = 4 \rightarrow c = 4$

$f'(0) = 0 \rightarrow 3x^2 + 2ax + b \rightarrow b = 0$

$f'(x) = 3x^2 + 2ax = x(3x + 2a) = 0 \rightarrow x = 0$; $x = -\frac{2a}{3}$

$f(-\frac{2a}{3}) = 0 \rightarrow (-\frac{2a}{3})^3 + a(-\frac{2a}{3})^2 + 4 = 0$

$\frac{4}{27} a^3 = -4 \rightarrow a^3 = -27 \rightarrow a = -3$

$x = \frac{-2a}{3} \rightarrow x_{min} = \frac{-2(-3)}{3} = 2$

سوال ۱

$f(x)=\cos^2(\pi x)+ax^2+b$

$\lim_{x\to 0^+}\frac{f(x)}{x}=0 \to \lim_{x\to 0^+}\frac{\cos^2(\pi x)+ax^2+b}{x}=0 \to \lim_{x\to 0^+}\frac{1+b}{x}=0 \to \boxed{b=-1}$

$\lim_{x\to 0^-}\frac{f'(x)}{x}=2 \to \lim_{x\to 0^-}\frac{-2\sin(\pi x)\cos(\pi x)\pi+2ax}{x}=2 \xrightarrow{\text{هم ارزی}} \lim_{x\to 0}\frac{-2\times\pi x+2ax}{x}=2$

$\to \lim_{x\to 0^-}\frac{(2a-2\pi)x}{x}=2 \to 2a-2\pi=2 \to \boxed{a=\pi}$

$a+b=4$

سوال ۲

$f'(x)=2x$ شیب خط مماس

نقاط تماس $\to A(\alpha,\alpha^2-1)$, $B(-\alpha^2,\alpha^2-1)$ $\to$ خط‌های مماس رسم شده در این نقاط بر هم عمودند

$f'(\alpha)\times f'(-\alpha)=-1 \to (2\alpha)\times(-2\alpha)=-1 \to -4\alpha^2=-1 \to 4\alpha^2=1 \to \boxed{\alpha=\pm\frac{1}{2}}$

$f(\frac{1}{2})+f(-\frac{1}{2})=\frac{1}{4}-1+\frac{1}{4}-1=-1.5$

سوال ۳

$f(x)=g(x) \to \sin x+\frac{1}{4}\cos x=\frac{\sqrt{3}}{4}\sin x \to \sin x=\cos x \to x=\pi/4$

$f(\pi/4)=\sin(\pi/4)+\frac{1}{4}\cos(\pi/4)=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{8}=\frac{5\sqrt{2}}{8}$

$f'(x)=\cos x-\frac{1}{4}\sin x \to f'(\pi/4)=\cos(\pi/4)-\frac{1}{4}\sin(\pi/4)=\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{8}=\frac{3\sqrt{2}}{8}$

$y-f(\pi/4)=f'(\pi/4)(x-\pi/4) \to y-\frac{5\sqrt{2}}{8}=\frac{3\sqrt{2}}{8}(x-\pi/4) \xrightarrow{y=0} -\frac{5\sqrt{2}}{8}=\frac{3\sqrt{2}}{8}(x-\pi/4) \to x=\pi/4-\frac{5}{3}$

سوال ۴

$f'(x)=6x^2-6x-12=0 \to x^2-x-2=0 \to (x-2)(x+1)=0$

x		-1		2	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	↗	max	↘	min	↗

$A\left|\begin{matrix}-1\\8\end{matrix}\right.$ $B\left|\begin{matrix}2\\-19\end{matrix}\right.$ $\to m_{AB}=\frac{8-(-19)}{-1-2}=-9$

$f'(x)=6x^2-6x-12=-9 \to 6x^2-6x-3=0 \xrightarrow{\Delta>0}$ دو نقطه یافت می‌شود

سوال ۷

$y=kx^3+(k+1)x^2 \to y'=3kx^2+2(k+1)x \to y''=6kx+2(k+1)=0$

$x=\frac{-k-1}{3k}$ نقطه عطف در ناحیه دوم $\to -\frac{k+1}{3k}<0 \to$

	$-$		$+$		$-$
		-1		0	

$\to \boxed{k<-1 \text{ , } k>0 \quad (I)}$ $\quad (I)\cap(II)\to k>0$

$\to -\frac{k+1}{3k}k+k+1>0 \to -\frac{k+1}{3}+k+1>0 \to \frac{2k+2}{3}>0 \to k+1>0 \to \boxed{k>-1 \quad (II)}$

تنها مقدار صحیح و مثبت است

سوال ۱۰

$f'(x)=4x^3-12x=0 \to 4x(x^2-3)=0 \to \begin{cases}x=0\\x=\pm\sqrt{3}\end{cases} \to$

x		$-\sqrt{3}$		0		$\sqrt{3}$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	↘	min	↗	max	↘	min	↗

$A(-\sqrt{3},-6)$, $B(\sqrt{3},-6) \to m_{AB}=0$

$f''(x)=12x^2-12=0 \to 12x^2=12 \to x=\pm 1 \to$ نقاط عطف $\to C(1,0)$, $D(-1,0) \to m_{CD}=0$

دو وتر AB و CD موازی اند $\leftarrow$ زاویه شیب آنها صفر است