نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۲۷... کلاس .....

۱

$f(x)=\cos^{۳}(۲x)+ax^{۲}+b$

$\lim_{x\to ۰^+}\frac{f(x)}{x}=۰ \to \lim_{x\to ۰^+}\frac{\cos^{۳}(۲x)+ax^{۲}+b}{x}=۰ \to \lim_{x\to ۰^+}\frac{۱+b}{x}=۰ \to \boxed{b=-۱}$

$\lim_{x\to ۰^-}\frac{f'(x)}{x}=۲ \to \lim_{x\to ۰^-}\frac{-۶\sin(۲x)\cos^{۲}(۲x)+۲ax}{x}=۲ \xrightarrow{\text{sin هم}} \lim_{x\to ۰}\frac{-۶\times ۲x+۲ax}{x}=۲$

$\to \lim_{x\to ۰^-}\frac{(۲a-۱۲)x}{x}=۲ \to ۲a-۱۲=۲ \to \boxed{a=۷}$

$a+b=۶$

۵

۲

$f(a)=f(-a)$ $f(x)=x^{۲}-۱ \to f'(x)=۲x$

$f'(a)\times f'(-a)=-۱$

$۲a\times -۲a=-۱ \to \boxed{a=\frac{۱}{۲}}$

$f(\frac{۱}{۲})=-\frac{۵}{۴}$

$۲f(\frac{۱}{۲})=\frac{-۵}{۲}$ ✓

۲

۳

$f(x)=\frac{a}{۲x-۱} \to f'(x)=\frac{-۲a}{(۲x-۱)^{۲}}$ $\frac{۹-(-۱۲)}{۲۵-(-۷۵)}=\frac{۲۱}{۳}=۷ \rightsquigarrow d: y=۷x-۹$

$\frac{a}{۲x-۱}=۷x-۹$ $\frac{-۲a}{(۲x-۱)^{۲}}=-۷ \Rightarrow$ $۲۸x^{۲}-۷۹x+۱۲=۰ \xrightarrow{\div ۱۲} ۲۳x^{۲}-۷x+۱=۰$

$a=۱۴x^{۲}-۷۹x-۱۸x+۹$ $a=-۱۴x^{۲}+۱۲x-۵$

$x\begin{cases}۱ \checkmark\\ \frac{۱}{۲} \text{ غ ق ق}\end{cases}$

$x=۱ \to a=-۵ \rightsquigarrow f(x)=\frac{-۵}{۲x-۱} \Rightarrow f(۵)=\frac{-۵}{۹}=\frac{-۱}{۵}$ ✓

۲

۴

$f(x)=\frac{x+a}{ax+۱} \to f'(x)=\frac{۱-a^{۲}}{(ax+۱)^{۲}}$

$\begin{cases} f(۱)=۲+b \to \frac{۱+a}{a+۱}=۲+b \to \boxed{b=-۱} \\ f'(۱)=۲ \quad \frac{۱-a^{۲}}{(a+۱)^{۲}}=۲ \to ۱-a^{۲}=۲a^{۲}+۴a+۲ \to ۳a^{۲}+۴a+۱=۰ \end{cases}$

$a\begin{cases}-۱ \text{ غ ق ق}\\ -\frac{۱}{۳} \checkmark\end{cases}$

$a-b=-\frac{۱}{۳}-(-۱)=\frac{۲}{۳}$ ✓

۲

۵

$f(x)=\sin x+\frac{\cos x}{۲}$ $g(x)=\frac{۳\sin x}{۲} \to g(x)=f(x) \xrightarrow[[۰,۲\pi]]{\text{در بازه}} x=\frac{\pi}{۲}$

$f'(x)=\cos x-\frac{\sin x}{۲}$ $f'(\frac{\pi}{۴})=\frac{\sqrt{۲}}{۴}$ $f(\frac{\pi}{۴})=\frac{۵\sqrt{۲}}{۸}$

$y=\frac{\sqrt{۲}}{۴}x+b \xrightarrow{f(\frac{\pi}{۴})=\frac{۵\sqrt{۲}}{۸}} b=\frac{(۴-\pi)\sqrt{۲}}{۸} \to y=\frac{\sqrt{۲}}{۴}x+\frac{(۴-\pi)\sqrt{۲}}{۸}$

$y=۰ \to x=\frac{\pi}{۲}-۴$ ✓

۲

۶

$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1$

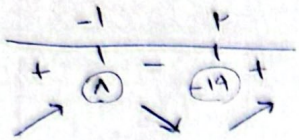
$f'(x) = 6x^2 - 6x - 12$

$f'(x) = -9 \rightarrow 6x^2 - 6x - 12 = -9$

$6x^2 - 6x - 3 = 0$

$\div 3 \rightarrow 2x^2 - 2x - 1 = 0$

$\Delta > 0$ ، دو ریشه $\leftarrow$ $\frac{1}{2}$ دو نقطه



$\frac{-19-8}{2-(-1)} = \frac{-27}{3} = -9$

۴

۷

$y = kx^3 + (k+1)x^2 \rightarrow y' = 3kx^2 + 2(k+1)x \rightarrow y'' = 6kx + 2(k+1) = 0$

$x = \frac{-k-1}{3k}$ نقطه عطف $\rightarrow -\frac{k+1}{3k} \neq 0 \rightarrow \frac{-1}{-1 \; + \; -} \rightarrow k < -1 \;,\; k > 0$ (I)

$\rightarrow -\frac{k+1}{3k} k + k + 1 > 0 \rightarrow -\frac{k+1}{3} + k + 1 > 0 \rightarrow \frac{2k+2}{3} > 0 \rightarrow k + 1 > 0 \rightarrow k > -1$ (II)

(I) و (II) $\rightarrow k > 0$ $\longrightarrow$ هیچ مقدار صحیح منفی نیست

۵

۸

$f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 1 \qquad f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$

$f(-1) = -3 \rightarrow -1 + a - b - 1 = -3 \rightarrow a - b = -1$

$f'(-1) = -3 \rightarrow 3 - 2a + b = -3 \rightarrow b - 2a = -6$

$\Big\} \rightarrow a = 5 \;,\; b = 9$

$\frac{a}{b} = \frac{5}{9} = 0/5$

۴

۹

$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c \qquad f(0) = 3 \rightarrow c = 3$

$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b \qquad f'(0) = 0 \rightarrow b = 0 \rightarrow f'(x) = 3x^2 + 2ax$

$x(3x + 2a)$

$0 \qquad -\frac{2a}{3}$

$f(x) = x^3 + ax^2 + 3$

$f(-\frac{2a}{3}) = 0 \qquad \frac{-8a^3}{27} + \frac{4a^3}{9} + 3 = 0$

$4a^3 = -108 \rightarrow a^3 = -27$

$a = -3$

$-\frac{2a}{3} = 2$

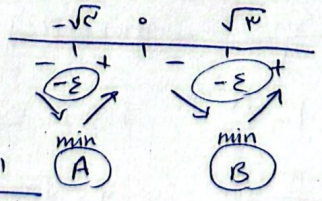
۴

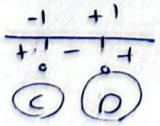
۱۰

$f(x) = x^4 - 4x^2 + 5$

$f'(x) = 4x^3 - 12x \rightarrow 4x(x^2 - 3)$

$f''(x) = 12x^2 - 12 \rightarrow 12(x^2 - 1)$





دو پاره خط AB و CD معادل اند

و زاویه‌های ~~ی~~ سازند $\leftarrow$ زاویه صفر درجه

۴