السیاسان کوهی ۳٫۵

(1)

$\lim_{x\to 0^+} \frac{f(x)}{x} = 0 \to f(0^+) = 0$ متصل

$\cos^3(2x) + ax^2 + b = 0$ $1+b=0$ $\boxed{b=-1}$

$\lim_{x\to 0^-} \frac{f'(x)}{x} = 2$

(1)

$f'(0^-) = 2x$ $3\cos^2(2x)\times 2 \times -\sin 2x + 2ax = 2x$

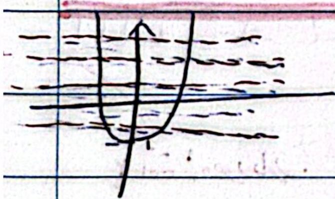
$2a = 2$

$\frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2}$ $a = \frac{1}{2}$

$\lim_{x\to 0^-} \frac{f'(x)}{x} = 2 \to \lim_{x\to 0^-} \frac{-6\sin(2x)\cos^2(2x)+2ax}{x} = 2 \xrightarrow{\sin \text{ هم ارزی}} \lim_{x\to 0^-} \frac{-6\times 2x+2ax}{x} = 2$

$\to \lim_{x\to 0^-} \frac{(2a-12)x}{x} = 2 \to 2a-12 = 2 \to \boxed{a=7}$ $a+b=6$

(2)



$x^2-1=k$ $x^2=k+1$ $x=\pm\sqrt{k+1}$

معادلس ها کاه رسم شد و مجموع عمودند ← پس شیب در نقاط تقاطع قرینه و معکوس یکدیگر اند

$y'=2x$ $2\sqrt{k+1} = \frac{1}{2\sqrt{k+1}}$ $k+1=\frac{1}{4}$ $\boxed{k=-\frac{3}{4}}$

$x_1=\sqrt{1-\frac{3}{4}}$ $x_2=-\sqrt{1-\frac{3}{4}}$ $\boxed{x_1,x_2=\pm\frac{1}{2}}$

$f(\frac{1}{2})+f(-\frac{1}{2})=\frac{1}{4}-1+\frac{1}{4}-1=-1.5$

(1.5)

(3)

$m=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{6+12}{2.5+0.5}=6$ $f(x)=\frac{a}{2x-1}$ $f'(x)=\frac{a\times -2}{(2x-1)^2}$

(1)

$\frac{-2a}{(2x-1)^2}=6$ $a=-3(2x-1)^2$ $f(2.5)=\frac{-3\times(2x-1)^2}{\cancel{(2x-1)}}=\boxed{-27}$

$m=\frac{6-(-12)}{2.5-(-0.5)}=\frac{18}{3}=6$
$6=6(2.5)+b\to b=-9$
$\to y=6x-9$

خط بر منحنی مماس است ← $\Delta=0$

$f(2.5)=\frac{-1}{3}$

$\frac{a}{2x-1}=(6x-9)\to 12x^2-18x-6x+9-a=0\to 12x^2-24x+9-a=0$

$\Delta=0\to (24)^2-4(12)(9-a)=0\to 576-432+48a=0\to 48a=-144\to a=-3$

sam

سوال ۱۴

مشتق تابع $f'(1)=g'(1) \to \frac{1-a^2}{(a+1)^2}=2 \to \frac{(1-a)(1+a)}{(1+a)^2}=2 \to 2a+2=1-a \to \boxed{a=-\frac{1}{3}}$

مقدار تابع $f(1)=g(1) \to \frac{1-\frac{1}{3}}{-\frac{1}{3}+1}=2+b \to \boxed{b=-1}$

$a-b=\frac{2}{3}$

سوال ۱۵

$f(x)=g(x) \to \sin x+\frac{1}{2}\cos x=\frac{3}{2}\sin x \to \sin x=\cos x \to x=\frac{\pi}{4}$

$f(\frac{\pi}{4})=\sin(\frac{\pi}{4})+\frac{1}{2}\cos(\frac{\pi}{4})=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{4}=\frac{3\sqrt{2}}{4}$

$f'(x)=\cos x-\frac{1}{2}\sin x \to f'(\frac{\pi}{4})=\cos(\frac{\pi}{4})-\frac{1}{2}\sin(\frac{\pi}{4})=\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{4}=\frac{\sqrt{2}}{4}$

$y-f(\frac{\pi}{4})=f'(\frac{\pi}{4})(x-\frac{\pi}{4}) \to y-\frac{3\sqrt{2}}{4}=\frac{\sqrt{2}}{4}(x-\frac{\pi}{4}) \xrightarrow{y=0} -\frac{3\sqrt{2}}{4}=\frac{\sqrt{2}}{4}(x-\frac{\pi}{4}) \to x=\frac{\pi}{4}-3$

سوال ۱۶

$f'(x)=6x^2-6x-12=0 \to x^2-x-2=0 \to (x-2)(x+1)=0$

x		-1		2	
y'	$+$		$-$		$+$
y	$\nearrow$	max	$\searrow$	min	$\nearrow$

$A\begin{vmatrix}-1\\8\end{vmatrix} \quad B\begin{vmatrix}2\\-19\end{vmatrix} \to m_{AB}=\frac{8-(-19)}{-1-2}=-9$

$f'(x)=6x^2-6x-12=-9 \to 6x^2-6x-3=0 \xrightarrow{\Delta>0}$ دو نقطه یافت می‌شود

سوال ۱۷

$y=kx^3+(k+1)x^2 \to y'=3kx^2+2(k+1)x \to y''=6kx+2(k+1)=0$

$x=\frac{-k-1}{3k} \xrightarrow[\text{ناحیه دوم}]{\text{نقطه عطف در}} -\frac{k+1}{3k}<0 \to$

	-1		0	
$-$		$+$		$-$

$\to \boxed{k<-1\ ,\ k>0 \quad (I)}$

$(I)\cap(II) \to k>0$

$\to -\frac{k+1}{3k}k+k+1>0 \to -\frac{k+1}{3}+k+1>0 \to \frac{2k+2}{3}>0 \to k+1>0 \to \boxed{k>-1 \quad (II)}$

هیچ مقدار صحیح و منفی نیست

سوال ۱۸

عطف $x=\frac{-b}{3a} \to x=\frac{-a}{3} \to \frac{-a}{3}=-1 \to \boxed{a=3}$

$\frac{a}{b}=\frac{3}{5}$

$-2=-1+3-b-1 \to \boxed{b=5}$

سوال ۱۹

$f(0)=4 \to (0)^3+a(0)+b(0)+c=4 \to \boxed{c=4}$

$f'(x)=3x^2+2ax+b \to f'(0)=0 \to f'(0)=3(0)^2+2a(0)+b=0 \to \boxed{b=0}$

$f(x)=x^3+ax^2+4 \to f'(x)=3x^2+2ax=0 \to x(3x+2a)=0 \to \begin{cases}x=0\\x=\frac{-2a}{3}\end{cases}$

x		0		$-\frac{2a}{3}$	
y'	$+$		$-$		$+$
y	$\nearrow$		$\searrow$	min	$\nearrow$

$\to f(-\frac{2a}{3})=0 \to (-\frac{2a}{3})^3+a(-\frac{2a}{3})^2+4=0$

$\to \frac{-8a^3}{27}+\frac{4a^3}{9}+4=0 \to a^3=-27 \to \boxed{a=-3}$

$x=\frac{-2a}{3} \to x_{min}=\frac{-2(-3)}{3}=2$

سوال ۱۱۰

$f'(x) = 4x^3 - 12x = 0 \rightarrow 4x(x^2 - 3) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{3} \end{cases} \rightarrow$

x		$-\sqrt{3}$		0		$\sqrt{3}$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$\searrow$	min	$\nearrow$	max	$\searrow$	min	$\nearrow$

$A(-\sqrt{3}, -4)\ ,\ B(\sqrt{3}, -4) \rightarrow m_{AB} = 0$

$f''(x) = 12x^2 - 12 = 0 \rightarrow 12x^2 = 12 \rightarrow x = \pm 1 \rightarrow$ نقاط عطف $\rightarrow C(1, 0)\ ,\ D(-1, 0) \rightarrow m_{CD} = 0$

دو خط AB و CD موازی اند ← زاویه بین آنها صفر است