رونیا ایوبی

(1)

$3\cos^2 2x \times 2x - \sin 2x + 2ax = f'(x)$

$\lim_{x \to 0^+} \frac{f(x)}{x} = 0 \xrightarrow{\text{هوپیتال}} \frac{f'(x)}{1} = 0 \overset{x \to 0^+}{\Rightarrow} f'(0^+) = 0 \Rightarrow 6 \times 0 = 0$

$\hookrightarrow x = 0 \Rightarrow 1 + 0 + b = 0 \Rightarrow b = -1$

$\lim_{x \to 0^-} \frac{f'(x)}{x} = 2 \xrightarrow{\text{هوپیتال}} \frac{f''(x)}{1} = 2 \Rightarrow f''(0^-) = 2$

$\boxed{a + b = 7 - 1 = 6}$

$f'(x) = (-3\cos 2x)(\sin 4x) + 2ax$

$\hookrightarrow f''(x) = (-3)(-2\sin x \sin 4x + 4\cos x \cos 2x) + 2a$

$\xrightarrow{x=0} f''(0) = -3(0 + 4) + 2a = 2 \Rightarrow 2a - 12 = 2 \Rightarrow 2a = 14 \Rightarrow a = 7$

رونیا الوچی

(9)

$$f(x)=x^3+ax^2+bx+c \longrightarrow f'(x)=3x^2+2ax+b$$

$$c=4 \quad\quad \xrightarrow{x=0} f'(0)=0 \Rightarrow b=0$$

$$\Rightarrow f'(x)=x(3x+2a) \quad\quad f(x)=\underbrace{\left(\frac{-2a}{3}\right)^3+a\left(-\frac{2a}{3}\right)^2}_{=-4}+4=0$$

$$\rightarrow x=-\frac{2a}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{-8a^3}{27}+\frac{4a^3}{9}=\frac{4a^3}{27}=-4 \Rightarrow a^3=-27 \Rightarrow a=-3$$

$$\frac{-2a}{3} \Rightarrow \frac{-2(-3)}{3}=\boxed{2} \rightarrow$$ طول مینیمم نسبی تابع

(10)

$$f(x)=x^4-6x^2+5 \Rightarrow f'(x)=4x^3-12x \Rightarrow 4x(x^2-3) \rightarrow 0,\ \pm\sqrt{3}$$

$-\sqrt{3}$		0		$\sqrt{3}$	
$-$		$+$		$-$	$+$
↘		↗		↘	↗

$$\rightarrow f''(x)=12x^2-12 \Rightarrow x=\pm 1 \rightarrow$$ نقاط عطف

$$\Rightarrow A(\sqrt{3},-4) \quad B(-\sqrt{3},-4)$$

$$\rightarrow m=0$$

$$C(1,0) \quad D(-1,0) \rightarrow m=0$$

خطوط AB و CD متقاطع نیستند، موازی هستند ⇐ زاویه صفر درجه.

رونیا ایوبی

۸

$$y = x^3 + ax^2 + bx - 1 \Rightarrow y' = 3x^2 + 2ax + b \xrightarrow{x=-1} y' = 3 - 2a + b = 0$$

$$\xrightarrow{x=-1} y = -1 + a - b - 1 = -2 + a - b = -4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -2a + b = -3 \\ a - b = -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = 5 \ , b = 7 \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{5}{7}$$

رونیا الوسی

(۵)

$g(x)=\frac{۳}{۲}\sin x \qquad f(x)=\sin x+\frac{۱}{۲}\cos x$

$\frac{۳}{۲}\sin x=\sin x+\frac{۱}{۲}\cos x \Rightarrow \sin x=\cos x \xrightarrow{x\in[۰,\pi]} x=\frac{\pi}{۴}$

$\Rightarrow f(x)\ \frac{۳\sqrt{۲}}{۲}\ ,\ f'(x)=\cos x-\frac{۱}{۲}\sin x \xrightarrow{x=\frac{\pi}{۴}} \frac{\sqrt{۲}}{۲}-\frac{\sqrt{۲}}{۴}=\frac{\sqrt{۲}}{۴}=f'(\frac{\pi}{۴})$

$y=\frac{\sqrt{۲}}{۴}x+b \xrightarrow[y=\frac{۳\sqrt{۲}}{۴}]{x=\frac{\pi}{۴}} \Rightarrow b=\frac{۳\sqrt{۲}}{۴}-\frac{\pi\sqrt{۲}}{۱۶}$

$\longrightarrow \frac{\sqrt{۲}}{۴}x=\frac{-\pi\sqrt{۲}}{۱۶}+\frac{۳\sqrt{۲}}{۴} \Rightarrow \boxed{x=۳-\frac{\pi}{۴}}$

(۶)

$f(x)=۲x^۳-۳x^۲-۱۲x+۱ \Rightarrow f'(x)=۶x^۲-۶x-۱۲=۶(x-۲)(x+۱)$

$A=(۲,-۱۹) \qquad B=(-۱,۸) \Rightarrow m=\frac{۸+۱۹}{-۳}=-۹$

$\Rightarrow ۶x^۲-۶x-۱۲=-۹ \Rightarrow ۲x^۲-۲x-۱=۰ \xrightarrow{\Delta=۴+۴>۰}$ ۲ نقطه وجود دارد

(۷)

$y=kx^۳+(k+۱)x^۲=x^۲(kx+k+۱)$

$y'=۳kx^۲+(۲k+۲)x$

$\Rightarrow y''=۶kx+۲k+۲=۰$

$۶kx=-۲k-۲$

$\Rightarrow x=\frac{-۲k-۲}{۶k}\geq۰$

	-۱		۰	
$-$		$+$		$-$
ق				ق

$\Rightarrow D_f=(-\infty,-۱]\cup[۰,+\infty)$

$\hookrightarrow kx+k+۱=۰ \Rightarrow kx=-k-۱$

$\Rightarrow x=\frac{-k-۱}{k} \rightarrow k=-۱,۰$

	-۱		۰	
$-$		$+$		$-$
		ق		

ق $\frac{-k-۱}{k}\geq۰$

$\Rightarrow D_g=[-۱,۰]$

$\Rightarrow D_f\cap D_g=\{-۱,۰\}$

$k=-۱ \xleftarrow[\text{وغیر منفی}]{\text{مقدار صحیح}}$

PAYCO

روشنا ایوبی

۲)

$y=x^2-1 \Rightarrow y'=2x$

$2x(-2x)=-1 \Rightarrow -4x^2=-1$

$\Rightarrow x=\pm\frac{1}{2} \Rightarrow y=x^2-1=\frac{1}{4}-1$

$\Rightarrow y=-\frac{3}{4}$

$\boxed{\left(-\frac{3}{4}\right)\times 2=\left(-\frac{3}{2}\right)}$

۳)

$m=\frac{6-(-12)}{2/5-(-0/5)}=6 \Rightarrow y=6x-9 \qquad f(x)=\frac{a}{2x-1}$

$6x-9=\frac{a}{2x-1}$

$\Rightarrow f'(x)=\frac{(-a)(2)}{(2x-1)^2}=6 \Rightarrow \frac{-a}{(2x-1)^2}=3$

$\Rightarrow a=(-1)(\cancel{3}^{\,1})(2x-1)^2=(\cancel{6x-9}^{\,2x-3})(2x-1)$

$\Rightarrow -4x^2+4x-1=4x^2-8x+3 \Rightarrow 8x^2-12x+4=0$

$\Rightarrow x=1\ ,\ x=\frac{1}{2}$ غ ق ق $\Rightarrow x=1 \Rightarrow a=-3$

$\Rightarrow f(5)=\frac{-3}{10-1}=-\frac{1}{3} \Rightarrow \boxed{f(5)=-\frac{1}{3}}$

۴)

$y=\frac{x+a}{ax+1}$ ($\rightarrow 1+a$, $\rightarrow 1+a$) $\xrightarrow{\text{مشتق}} \frac{(1+a)-a(1+a)}{(1+a)^2}=2$

$\Rightarrow 2a^2+4a+2=1-a^2 \Rightarrow 3a^2+4a+1=0 \Rightarrow a=-1 \times\ ,\ a=-\frac{1}{3}$

غ ق

$y=\frac{x-\frac{1}{3}}{-\frac{1}{3}x+1} \xRightarrow{x=1} y=1 \xrightarrow{(1,1)} y=2x+b \Rightarrow 1=2+b$

$\boxed{a-b=\left(-\frac{1}{3}\right)-(-1)=\frac{2}{3}} \Leftarrow b=-1$

PAYCO

DATE :