Page : ( )

SUBJECT
Year: Month: Day:

تکلیف ۲۷. ۱۶٫۷۵ بخش ۳ حدها یکتا دهقانی / دوازدهم دهتر A

$f(x)=\cos^3(2x)+ax^2+b$

$\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{f(x)}{x}=0 \rightarrow \lim\limits_{x\to 0^+}\frac{\cos^3(2x)+ax^2+b}{x}=0 \rightarrow \lim\limits_{x\to 0^+}\frac{1+b}{x}=0 \rightarrow \boxed{b=-1}$

$f(x)=\cos^2(2x)+ax^2+b\ ,\ f'(x)=-2\times2\times\sin^2(2x)+2ax$ ①

صفر

$\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{\cos^2 2x+ax^2+b}{x}\xrightarrow{\text{هم‌ارزی اولیه}}\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{1x^2+ax^2+b}{x}=0$

← چون حد حاصل دارد پس باید صفر شود که رفع ابهام کرد و صورت و مخرج را ساده کرد ← $\boxed{b=0}$

$\lim\limits_{x\to 0^-}\frac{f'(x)}{x}=\lim\limits_{x\to 0^-}\frac{-4\sin^2(2x)+2ax}{x}\xrightarrow{\text{هم‌ارزی اولیه}}\lim\limits_{x\to 0^-}\frac{-6\times4x^2+2ax}{x}=\lim\limits_{x\to 0^-}-24x+2a$

$\lim\limits_{x\to 0^-}\frac{f'(x)}{x}=2 \rightarrow \lim\limits_{x\to 0^-}\frac{-6\sin(2x)\cos^2(2x)+2ax}{x}=2 \xrightarrow{\text{هم‌ارزی}} \lim\limits_{x\to 0^-}\frac{-6\times2x+2ax}{x}=2$

$\rightarrow \lim\limits_{x\to 0^-}-24x+2a=2 \rightarrow \boxed{a=1} \Rightarrow a+b=1+0=①\rightarrow$ گز

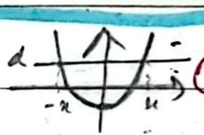
$\rightarrow \lim\limits_{x\to 0^-}\frac{(2a-12)x}{x}=2 \rightarrow 2a-12=2 \rightarrow \boxed{a=7}$

$a+b=6$

$y'=2x \rightarrow f'(x)=2x$

$\quad\rightarrow f'(-x)=-2x$

$\Rightarrow -4x^2=-1 \rightarrow \boxed{x=\pm\frac{1}{2}}$ ②



حاصلضرب شیب دو خط عمود $=-1$

$\begin{cases} x=\frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{4}-1=-\frac{3}{4}=y_1 \\ x=-\frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{4}-1=-\frac{3}{4}=y_2 \end{cases} \rightarrow y_1+y_2=\boxed{\frac{-6}{4}=\frac{-3}{2}} \rightarrow$ گز ✓

②

---

m شیب $=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{6-(-12)}{2/5-(-0/5)}=\frac{18}{3}=6 \rightarrow y=6x+b$ ③

$\xrightarrow{(2/5,6)} y=15+b \rightarrow b=-9 \Rightarrow y=6x-9$

$f(x)=\frac{a}{2x-1}=6x-9 \longrightarrow a=12x^2-24x+9$

$f'(x)=\frac{-2a}{(2x-1)^2}=6 \rightarrow a=-3(4x^2-4x+1)=-12x^2+12x-3$

$\rightarrow -12x^2+12x-3=12x^2-24x+9 \rightarrow 24x^2-36x+12=0$

$\rightarrow 2x^2-3x+1=0 \rightarrow (x-1)(2x-1)=0 \rightarrow x=\frac{1}{2}$ غ ق ق $\rightarrow f(x)=$

$\quad \rightarrow x=1$ ق ق

(ادامه در بعد!

$f(1) = ۶ - ۹ = \frac{a}{۲-۱} \Rightarrow a = -۳$ ۲

$f(۵) = \frac{-۳}{۱۰-۹} = \boxed{-\frac{۱}{۳}} \to ۲$ ✓

$f'(x) \to \frac{ax+۱-ax-a^۲}{(ax+۱)^۲} \to f'(۱) = \frac{۱-a^۲}{(a+۱)^۲} = \frac{۱-a}{۱+a}$ ④

$g'(x) \to ۲ \Rightarrow g'(۱) = f'(۱) \Rightarrow \frac{۱-a}{۱+a} = ۲$ ۲

$\Rightarrow ۲+۲a = ۱-a \Rightarrow \boxed{a = -\frac{۱}{۳}}$

$f(۱) = g(۱) \Rightarrow \frac{a+۱}{a+۱} = ۲+b \Rightarrow ۲+b = ۱ \to \boxed{b = -۱}$

$\Rightarrow a+b = -\frac{۱}{۳}+۱ = \boxed{\frac{۲}{۳}} \to ۲$ ✓

$f(x) = g(x) \Rightarrow \frac{۳}{۲}\sin x = \sin x + \frac{۱}{۲}\cos x$ ۱٫۷۵ ⑤

$\to \frac{۱}{۲}\sin x = \frac{۱}{۲}\cos x \to \sin x = \cos x \xrightarrow{x\in[۰,\pi]} x = \frac{\pi}{۴}$

$f'(x) = \cos x - \frac{۱}{۲}\sin x \longrightarrow f'(\frac{\pi}{۴}) = \frac{\sqrt{۲}}{۲} - \frac{\sqrt{۲}}{۴} = \boxed{\frac{\sqrt{۲}}{۴}} =$ شیب خط

$f(\frac{\pi}{۴}) = \frac{\sqrt{۲}}{۲} + \frac{\sqrt{۲}}{۴} = \boxed{\frac{۳\sqrt{۲}}{۴}} \Rightarrow y = \frac{\sqrt{۲}}{۴}x + b$

$\xrightarrow{x=\frac{\pi}{۴}} \frac{\sqrt{۲}}{۴} \times \frac{\pi}{۴} + b = \frac{۳\sqrt{۲}}{۴} \to b = -\frac{\pi\sqrt{۲}}{۱۶} + \frac{۳\sqrt{۲}}{۴}$

$\xrightarrow{y=۰} \frac{\sqrt{۲}}{۴}x + \frac{۳\sqrt{۲}}{۴} - \frac{\pi\sqrt{۲}}{۱۶} = ۰ \longrightarrow \boxed{x = \frac{\pi}{۴} + ۳} \to ۲$

$y - \frac{۳\sqrt{۲}}{۴} = \frac{\sqrt{۲}}{۴}(x - \frac{\pi}{۴}) \xrightarrow{y=۰} -\frac{۳\sqrt{۲}}{۴} = \frac{\sqrt{۲}}{۴}(x - \frac{\pi}{۴}) \to x = \frac{\pi}{۴} - ۳$

---

⑥ نقاط بحرانی ⇐ ① شیب = ۰ ② مشتق ناپذیر باشد

$f'(x) = ۶x^۲ - ۶x - ۱۲ = ۰ \longrightarrow x^۲ - x - ۲ = ۰ \longrightarrow \boxed{x = -۱} , \boxed{x = ۲}$

$f(-۱) = -۲ - ۳ + ۱۲ + ۱ = ۸$ و $f(۲) = ۱۶ - ۱۲ - ۲۴ + ۱ = -۱۹$

شیب $m_{AB} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-۱۹-۸}{۲+۱} = \frac{-۲۷}{۳} = -۹$ ۲

$f'(x) = -۹ \to ۶x^۲ - ۶x - ۱۲ = -۹ \longrightarrow ۶x^۲ - ۶x - ۳ = ۰$

$\to ۲x^۲ - ۲x - ۱ = ۰ \to \Delta > ۰ \longrightarrow$ ۲ ریشه → $\boxed{\text{۲ نقطه}}$ → ۲ ✓

$y' = ۳kx^۲ + ۲(k+۱)x \rightarrow y'' = ۶kx + ۲(k+۱) = ۰$ ⑦ (۱٫۵)

$\rightarrow x = \frac{-k-۱}{۳k}$ که در ناحیه دوم طول ⊖ و عرض ⊕ است.

Ⅰ $x < ۰ \rightarrow \frac{-k-۱}{۳k} < ۰ \rightarrow \begin{array}{c|c|c} & -۱ & ۰ \\ - & + & - \end{array} \rightarrow x \in (-\infty, -۱) \cup (۰, +\infty)$

Ⅱ $y = k\times\left(\frac{-k-۱}{۳k}\right)^۳ + (k+۱)\left(\frac{-k-۱}{۳k}\right)^۲ > ۰ \rightarrow \frac{-(k+۱)^۳}{۹k^۲} + \frac{-(k+۱)^۳}{۲۷k^۲}$

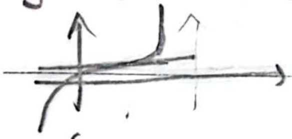
$= \frac{-۴(k+۱)^۳}{۲۷k^۲} > ۰ \rightarrow \begin{array}{c|c|c} & -۱ & ۰ \\ + & - & - \end{array} \rightarrow x \in \cancel{(-\infty, -۱)}$ → $k > -۱$

Ⅰ ∩ Ⅱ $\Rightarrow x \in \cancel{(-\infty, -۱)}$ → ~~جواب!~~

→ $k > ۰$ → هیچ مقدار صحیح ومنفی نیست

$y' = ۳x^۲ + ۲ax + b \xrightarrow{x=-۱} ۳ - ۲a + b = m$ شیب ⑧

$y = x^۳ + ax^۲ + bx - ۱ \xrightarrow{x=-۱} -۱ + a - b - ۱ = -۴ \rightarrow a - b = -۲$



چون فقط یک خط مماس می‌تواند از درون منحنی عبور کند ⇐ ۰

↳ $m = ۰ \rightarrow ۳ - ۲a + b = ۰ \rightarrow ۲a - b = ۳$

$\begin{cases} ۲a - b = ۳ \\ -a + b = +۲ \end{cases} \Rightarrow a = ۵ \,,\, b = ۷ \Rightarrow \frac{a}{b} = \boxed{\frac{۵}{۷}} \rightarrow ۲$

عطف $x = \frac{-b}{۳a} \rightarrow x = \frac{-a}{۳} \rightarrow \frac{-a}{۳} = -۱ \rightarrow \boxed{a = ۳}$ $\frac{a}{b} = \frac{۳}{۵}$

$-۴ = -۱ + ۳ - b - ۱ \rightarrow \boxed{b = ۵}$

$f(x) \Rightarrow x = ۰ \rightarrow \boxed{c = ۴}$ ⑨

$f'(x) = ۳x^۲ + ۲ax + b = ۰ \xrightarrow{x=۰} \boxed{b = ۰}$

$\rightarrow f'(x) = ۳x^۲ + ۲ax = ۰ \rightarrow x(۳x + ۲a) = ۰ \rightarrow x = ۰ \,,\, x = \frac{-۲a}{۳}$

$x = \frac{-۲a}{۳} \rightarrow f\left(\frac{-۲a}{۳}\right) = \frac{-۸a^۳}{۲۷} + \frac{۱۲a^۳}{۲۷} + ۴ = ۰ \rightarrow \frac{۴a^۳}{۲۷} = -۴$

$a^۳ = -۲۷ \rightarrow \boxed{a = -۳}$ ۲

min نسبی $\Rightarrow x = \frac{-۲a}{۳} = \frac{-۲\times-۳}{۳} = ②$ ← ۲ ✓

(۱۵) * نقاط بحرانی $\Leftarrow$ مشتق اول $= ۰$ و * نقاط عطف $\Leftarrow$ مشتق دوم $= ۰$

$f'(x) = ۴x^۳ - ۱۲x = ۰ \to x = \pm\sqrt{۳}, ۰ \to$

		$-\sqrt{۳}$		۰		$\sqrt{۳}$	
y'	$-$		$+$		$-$		$+$
y	↘	min	↗	max	↘	min	↗
		A				B	

$f''(x) = ۱۲x^۲ - ۱۲ = ۰ \to x = \pm ۱$

$A: x = -\sqrt{۳} \to f(-\sqrt{۳}) = ۹ - ۱۸ + ۵ = -۴ \to A(-\sqrt{۳}, ۴)$

$B: x = \sqrt{۳} \to f(\sqrt{۳}) = ۹ - ۱۸ + ۵ = -۴ \to B(\sqrt{۳}, ۴)$

۲

$C: x = ۱ \to ۱ - ۶ + ۵ = ۰ \to C(۱, ۰)$

$D: x = -۱ \to ۱ - ۶ + ۵ = ۰ \to D(-۱, ۰)$

* AB و CD ✓ دو پاره خط هستند $\frac{\Delta y}{\Delta x} = ۰$ است پس زاویه بین شان $\boxed{\theta = ۰}$ است

2 ✓