۱۹ کلاس ریاضی آنلاین

①

$$\lim_{x\to 0} \frac{f'(x)}{x} = ۲$$

$$f(x) = \cos^۳(۲x) + ax^۲ + b \to f'(x) = ۳\times۲(-\sin ۲x)\times\cos^۲ ۲x + ۲ax$$

$$\frac{-۶\sin ۲x\cos^۲ ۲x + ۲ax}{x} \xrightarrow{hop} = \frac{-۶(۲\cos ۲x\times\cos^۲ ۲x + \sin ۲x\times۲\cos ۲x\times(-۲\sin ۲x)) + ۲a}{۱} = ۲$$

$$-۶\times۲ + ۲a = ۲ \to a = ۷$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{f(x)}{x} = ۰ \to \frac{\cos^۳(۲x) + ax^۲ + b}{x}$$ → باید صورت و مخرج صفر شود → $b = -۱$

$\boxed{a+b=۶}$ ✓ ②

②

$$y = x^۲ - ۱ \to y' = ۲x$$

$$۲x(-۲x) = -۱ \to x = \pm\frac{۱}{۲} \to y = \frac{۱}{۴} - ۱ = -\frac{۳}{۴}$$

$$-\frac{۳}{۴}\times۲ = -\frac{۳}{۲}$$

✓ ②

③

$$m = \frac{۶+۱۲}{۲.۵ + ۰.۵} = ⑥$$

$$\to ۶x - ۹ = y$$

$$f(x) = \frac{a}{۲x-۱} \to f'(x) = \frac{-a\times۲}{(۲x-۱)^۲} = ۶$$

$$\to ۶x - ۹ = \frac{a}{۲x-۱}$$

$$a = -۳(۲x-۱)^۲ = (۶x-۹)(۲x-۱)$$

$$-۴x^۲ + ۴x - ۱ = ۴x^۲ - ۸x + ۳ \to ۸x^۲ - ۱۲x + ۴ = ۰ \quad x = ۱ \text{ و } \frac{۱}{۲} \to a = -۳$$

$$\to f(۵) = \frac{-۳}{۱۰-۱} = \frac{-۱}{۳}$$

✓ ②

④

$$y = \frac{x+a}{ax+1} \to \frac{(۱+a) - a(۱+a)}{(۱+a)^۲} = ۲ \to ۲a^۲ + ۴a + ۲ = ۱ - a^۲$$

$$۳a^۲ + ۴a + ۱ = ۰ \quad a = -۱ \text{ و } -\frac{۱}{۳}$$

$$y = \frac{x - \frac{۱}{۳}}{-\frac{۱}{۳}x + ۱} = \frac{\frac{۲}{۳}}{\frac{۲}{۳}} = ۱ \xrightarrow{(۱,۱)} y = ۲x + b \to ۱ = ۲ + b \to \boxed{b=-۱}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{-\frac{۱}{۳}}{-۱} \ldots = \frac{۲}{۳}$$

✓ ②

$g(x)=\frac{3}{2}\sin x \qquad f(x)=\sin x+\frac{1}{2}\cos x$

$\frac{3}{2}\sin x=\sin x+\frac{1}{2}\cos x \rightarrow \sin x=\cos x \xrightarrow[x\in[0,\pi]]{} x=\frac{\pi}{4} \rightarrow f(x)=\frac{3\sqrt{2}}{4}$ ②

$\frac{1}{2}\sin x$

$\rightarrow f'(x)=\cos x-\frac{1}{2}\sin x \xrightarrow[x=\frac{\pi}{4}]{} \frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{4}=\frac{\sqrt{2}}{4}$

$y=\frac{\sqrt{2}}{4}x+b \qquad \frac{3\sqrt{2}}{4} \quad \frac{\pi}{4} \quad -\frac{\pi\sqrt{2}}{16}+\frac{3\sqrt{2}}{4}$

خواسته سوال $\rightarrow \frac{\sqrt{2}}{4}x=\frac{\pi\sqrt{2}}{-16}-\frac{3\sqrt{2}}{4} \rightarrow \boxed{x=\frac{\pi}{4}-3}$ ✓

$f(x)=2x^3-3x^2-12x+1 \xrightarrow{f'(x)} 6x^2-6x-12 \rightarrow 6(x-2)(x+1)$

$A=(2,-19) \quad B=(-1,8) \rightarrow m_{AB}=\frac{-27}{3}=-9$ ②

$\rightarrow 6x^2-6x-12=-9 \rightarrow 2x^2-2x-1 \xrightarrow[\Delta>0]{}$ ۲ نقطه وجود دارد* ✓

$y=kx^3+(k+1)x^2 \rightarrow y'=3kx^2+2(k+1)x \rightarrow y''=6kx+2(k+1)$

$0=6kx+2k+2 \rightarrow x=\frac{-2k-2}{6k}$ نقطه عطف

ناحیه ۲: $\frac{-2k-2}{6k}<0$

$\begin{array}{c|c|c} -1 & & 0 \\ - & + & - \end{array}$ $\quad k\in(-\infty,-1)\cup(0,+\infty)$

$\left(\frac{-2k-2}{6k}\right)^2\left(\frac{-2k-2}{6}+k+1\right)>0$ $\quad \frac{2k+2}{3}$ ناحیه ۲

$\begin{array}{c|c} -1 & \\ - & + \end{array}$ $\quad \cap \;=\varnothing$ ②

$-1 \leftarrow \frac{2k+2}{3}$

به ازای هیچ مقدار صحیح و غیر منفی k ✓

$y=x^3+ax^2+bx-1 \rightarrow -1+a-b-1=-4$

$(-1,-4)$ $\qquad -2$

$\begin{cases} a-b=-2 \\ -2a+b=-3 \end{cases}$

$\rightarrow y'=3x^2+2ax+b \xrightarrow[x=-1]{} 3-2a+b=0$

$-a=-5 \rightarrow a=5$

$b=7$

عطف $x=\frac{-b}{3a} \rightarrow x=\frac{-a}{3} \rightarrow \frac{-a}{3}=-1 \rightarrow \boxed{a=3}$ $\quad \frac{a}{b}=\frac{3}{5} \quad \frac{a}{b}=\frac{5}{7}$ ①

$-4=-1+3-b-1 \rightarrow \boxed{b=5}$

$f(x) = x^۳ + ax^۲ + \cancel{bx}_{۰} + \cancel{c}_{۴} \longrightarrow f'(x) = ۳x^۲ + ۲ax + b \Big\} \longrightarrow b = ۰$

در $x = ۰ \rightarrow f'(x) = ۰$

$\longrightarrow f'(x) = x(۳x + ۲a) \rightarrow \frac{-۲a}{۳}$

$\cancel{f(x)}_{۰} = \left(\frac{-۲a}{۳}\right)^۳ + a\left(\frac{-۲a}{۳}\right)^۲ + ۴$ (-۴)

$\frac{۴a^۳}{۲۷} \quad \frac{-۸a^۳}{۲۷} + \frac{۴a^۳ \times ۳}{۳ \times ۹} = -۴ \longrightarrow a = -۳ \longrightarrow -\frac{۲a}{۳} \quad \frac{-۲(-۳)}{۳} = ۲$

خواستهٔ سوال

۲

$f(x) = x^۴ - ۶x^۲ + ۵ \rightarrow f'(x) = ۴x^۳ - ۱۲x \rightarrow ۴x(x^۲ - ۳)$

$\quad \rightarrow f''(x) = ۱۲x^۲ - ۱۲ \rightarrow x = \pm ۱$

نقاط عطف D و C

B و A: min نسبی

$-\sqrt{۳}$	۰	$\sqrt{۳}$	
−	+	−	+
↘	↗	↘	↗

$A(\sqrt{۳}, -۴) \quad B(-\sqrt{۳}, -۴) \rightarrow m_{AB} = ۰$

$C(۱, ۰) \quad D(-۱, ۰)$

* خطوط یکدیگر را قطع نمی‌کنند
زاویه صفر درجه. اگر روی هم بیافتند زاویه‌ای نمی‌سازند

۲