مهرانا زنلی ۲۷ ۱۹

---

①

$f'(0)=0 \rightarrow \underbrace{۳\times\cos^۲(۲x)\times۲\times(-\sin(۲x))}_{k}+۲ax$ $\quad f(0)=0$

$f''(0)=۲ \rightarrow k'+۲a=۲$ $\quad ۱+0+b=0$

$\boxed{b=-۱}$

$k' \rightarrow$ هم‌ارزی $\rightarrow \cancel{۲۴\times۳(x^۲)}-۱۲+۲a=۲ \rightarrow ۲a=۱۴ \rightarrow \boxed{a=۷}$

۲

$a+b=۷-۱=۶$ ✓

---

②

$d \Rightarrow y=k \quad y=x^۲-۱ \quad x^۲-۱ \quad (\alpha,\alpha^۲-۱)$

$y'=۲x \rightarrow ۲\alpha\times۲\beta=-۱$ $\quad$ نقاط برخورد $\leftarrow (\beta,\beta^۲-۱)$

$\alpha\beta=\frac{-۱}{۴}$

$x^۲-۱=k \rightarrow x^۲-۱-k=0 \rightarrow \alpha.\beta=-۱-k=\frac{-۱}{۴}$

$\rightarrow -k=\frac{-۱}{۴}+۱=\frac{۳}{۴} \rightarrow k=-\frac{۳}{۴}$

مجموع عرض‌ها:

$(-\frac{۳}{۴})+(-\frac{۳}{۴})=-\frac{۶}{۴}=-\frac{۳}{۲}=$

✓ $\boxed{-۱٫۵}$

۲

---

③

$(-\frac{۱}{۲},-۱۲),(\frac{۵}{۲},۶) \quad m=\frac{۶-(-۱۲)}{\frac{۵}{۲}+\frac{۱}{۲}}=\frac{۱۸}{۳}=۶ \rightarrow y=۶x-۹=\frac{a}{۲x-۱}$

$f'(x)=\frac{-۲(a)}{(۲(x)-۱)^۲}=۶ \quad f(۵)=\frac{-۳}{۹}=-\frac{۱}{۳}$ ✓ $\quad ۱۲x^۲-۲۴x+۹-a=0$

$\Delta=0 \rightarrow$

$\boxed{a=-۳} \quad ۱۲=۹-a$

۲

---

④

$y=۲x+b \quad y=\frac{x+a}{ax+۱} \quad (۱,y)$

$۲x+b=\frac{x+a}{ax+۱} \xrightarrow{x=۱} ۲+b=\frac{۱+a}{a+۱} \rightarrow ۲+b=\frac{\frac{۲}{۳}}{\frac{۲}{۳}}=۱ \rightarrow ۲+b=۱ \rightarrow \boxed{b=-۱}$

۲

$۲=\frac{۱-a^۲}{(ax+۱)^۲} \rightarrow ۲=\frac{\cancel{(۱+a)}(۱-a)}{\cancel{(a+۱)^۲}\,a+۱} \Longrightarrow ۲a+۲=۱-a$

$۳a=-۱ \rightarrow -\frac{۱}{۳}=a$

$a-b \Rightarrow -\frac{۱}{۳}-(-۱)=\frac{۲}{۳}$ ✓

---

⑤

$g(x)=f(x) \rightarrow \frac{۳}{۲}\sin x=\sin x+\frac{۱}{۲}\cos x \rightarrow \sin x=\cos x$ ✓

$x=\frac{\pi}{۴} \rightarrow (\frac{\pi}{۴},\frac{۳\sqrt{۲}}{۴})$

$f'(x) \rightarrow \cos x-\frac{۱}{۲}\sin x$

$\xrightarrow{\frac{\pi}{۴}} \frac{۲\sqrt{۲}}{۴}-\frac{۱}{۲}(\frac{\sqrt{۲}}{۲})=\frac{\sqrt{۲}}{۴}$

۲

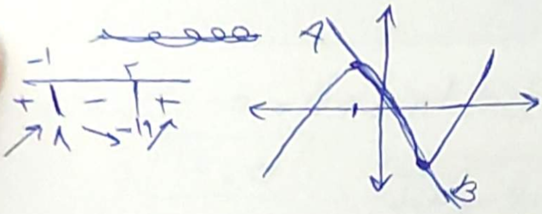
$y-\frac{۳\sqrt{۲}}{۴}=\frac{\sqrt{۲}}{۴}(x-\frac{\pi}{۴}) \xrightarrow{y=0} -\frac{۳\sqrt{۲}}{\cancel{۴}}=\frac{\cancel{\sqrt{۲}}}{\cancel{۴}}(x-\frac{\pi}{۴})$

$\boxed{x=\frac{\pi}{۴}-۳} \leftarrow$ ✓ $-۳=x-\frac{\pi}{۴}$

$۲x^۳-۳x^۲-۱۲x+۱=f(x)$ ext: $-b_۲$ $m_{AB}=\frac{-۱۹-۸}{۲+۱}=\frac{-۲۷}{۳}=$ (-۹)

$f'(x)=۶x^۲-۶x-۱۲=۰$ $(-۱,۸)$ و $(۲,-۱۹)$

-۱ و $۲ \leftarrow x^۲-x-۲=۰$



$۶x^۲-۶x\overset{-۳}{\cancel{-۱۲}}=\cancel{-۹}\rightarrow ۲x^۲-۲x-۱=۰$

← ۲ ریشه دارد پس ۲ نقطه وجود دارد

۲ ✓

---

(۷)

$y=kx^۳+(k+۱)x^۲$

$y'=۳kx^۲+۲(k+۱)x$

$y''=۶kx+۲k+۲=۰$

$\frac{-۲k-۲}{۶k}=x$

$x=\frac{-۲k-۲}{۶k}<۰$ ($\rightarrow -۱$, $\rightarrow ۰$)

$-۱ \quad ۰$: ع − | + | − ع II

$y=-k\left(\frac{۲k+۲}{۶k}\right)^۳+(k+۱)\left(\frac{-۲k+۲}{۶k}\right)^۲>۰$ $I\cap II=$ هیچ مقدار k

$\frac{۲(k+۱)^۳}{۲۷k^۲}>۰$ $-۱ \quad ۰$: ع − | + | + ع I

۲ ✓

---

(۸) ۱

$y=x^۳+ax^۲+bx-۱$ $(-۱,-۴)$

$\overset{-۲}{\cancel{-۴}}=\cancel{-۱}+a-b\cancel{-۱}\rightarrow a-b=-۲\rightarrow \boxed{a=b-۲}$

$y'=۳x^۲+۲ax+b\xrightarrow{-۱}۳-۲a+b\rightarrow ۳\overset{-۲b+۴}{-۲(b-۲)}+b=۷-b$

خط مماس در -۱ → $y=۷-b(x+۱)-۴$

عطف $x=\frac{-b}{۳a}\rightarrow x=\frac{-a}{۳}\rightarrow\frac{-a}{۳}=-۱\rightarrow\boxed{a=۳}$

$-۴=-۱+۳-b-۱\rightarrow\boxed{b=۵}$

$\frac{a}{b}=\frac{۳}{۵}$

---

(۹) ۲ ✓

$f(x)=x^۳+ax^۲+\cancel{bx}+\overset{۴}{\cancel{d}}\rightarrow f'(x)=۳x^۲+۲ax+b=۰\xrightarrow{x=۰}b=۰$

$۳x^۲+۲ax=۰$

$x(۳x+۲a)=۰$ → ۰ ، $\frac{-۲a}{۳}$

$f(x)=x^۳+ax^۲+۴=۰$

$\left(-\frac{۲a}{۳}\right)^۳+a\left(\frac{۲a}{۳}\right)^۲+۴=۰$

$-\frac{۸a^۳}{۲۷}+\frac{۱۲a^۳}{۲۷}+۴=۰\rightarrow\frac{۴a^۳}{۲۷}=-۴\rightarrow a^۳=-۲۷\rightarrow\boxed{a=-۳}$

طول min نسبی: $\frac{-۲(-۳)}{۳}=$ (۲) ✓

---

(۱۰) ✓

$f(x)=x^۴-۶x^۲+۵\rightarrow f'(x)=۴x^۳-۱۲x=۰\rightarrow f''(x)=۱۲x^۲-۱۲=۰$ $\boxed{x=\pm۱}$

$۴x(x^۲-۳)$ → ۰ ، $\pm\sqrt{۳}$

$(+\sqrt{۳},-۴)$

$(-\sqrt{۳},-۴)$ → $m=۰$ ← خط افقی

$(۱,۰)$

$(-۱,۰)$ → $m=۰$ ← خط افقی

$۱\rightarrow ۱-۶+۵=۰$

$-۱\rightarrow ۱-۶+۵=۰$

$۰\rightarrow ۵$

$+\sqrt{۳}\rightarrow ۹-۶(۳)+۵=۱۴-۱۸=$ (-۴)

$-\sqrt{۳}\rightarrow ۹-۶(۳)+۵=$ (-۴) } min

۲

زاویه: صفر ✓

هر دو خط افقی