پاسخ تکلیف سری ۲۸:

■ مبینا غفاتی الحسینی ■ دوازدهم ■ دختر هجدهم ■ A ■

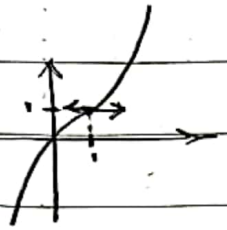
۱- الف)

$$y = x^3 - 3x^2 + 3x$$

$$y' = 3x^2 - 6x + 3 = 0 \rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \rightarrow (x-1)^2 = 0$$

$x = 1$ نقطه عرای $(1, 1)$

ب)



۲- الف) $y = \dfrac{-x^3 + 4}{x^2}$ $\quad D: \mathbb{R} - \{0\}$

$$y' = \frac{-3x^2(x^2) - 2x(-x^3+4)}{x^4}$$

$$y' = \frac{-3x^4 + 2x^4 - 8x}{x^4} = \frac{-x^4 - 8x}{x^4} = 0 \rightarrow -x(x^3 - 8) = 0$$

$$\begin{cases} x = -\sqrt[3]{8} \\ x = 2 \end{cases}$$

$x = 0$ ق ق ← $x_1 = 0$

نقطه عرای تابع: $x = 2 \leftarrow (2, -1)$

ب) $y = \dfrac{x^3}{x^2 - 1}$ $\quad D: \mathbb{R} - \{\pm 1\}$

$$y' = \frac{3x^2(x^2-1) - 2x(x^3)}{(x^2-1)^2}$$

$$y' = \frac{3x^4 - 3x^2 - 2x^4}{(x^2-1)^2} = \frac{x^4 - 3x^2}{(x^2-1)^2} = 0 \rightarrow x^2(x^2 - 3) = 0$$

$$(x^2-1)^2 = 0 \rightarrow x = \pm 1 \text{ ق ق}$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{3} \end{cases}$$

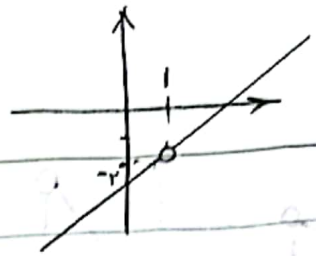
نقاط عرای تابع: $x = \{-\sqrt{3}, 0, +\sqrt{3}\} \leftarrow$ $(0, 0)$ $\left(\sqrt{3}, \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$ $\left(-\sqrt{3}, \frac{-3\sqrt{3}}{2}\right)$

۳- الف) $y = \dfrac{-x^2 + 4x + 1}{x - 1}$ $\quad D: \mathbb{R} - \{1\}$

$$y' = \frac{(-2x+4)(x-1) - (-x^2+4x+1)}{(x-1)^2} = \frac{-2x^2 + 2x + 4x - 4 + x^2 - 4x - 1}{(x-1)^2}$$

$$y' = \frac{-x^2 + 2x - 5}{(x-1)^2} = 0 \rightarrow \text{ریشه ندارد}$$

$\Rightarrow$ * تابع اکسترمم ندارد



$y = x - 3$

$y = \frac{(x-1)(x-3)}{x-1}$ $\quad D: \mathbb{R} - \{1\}$

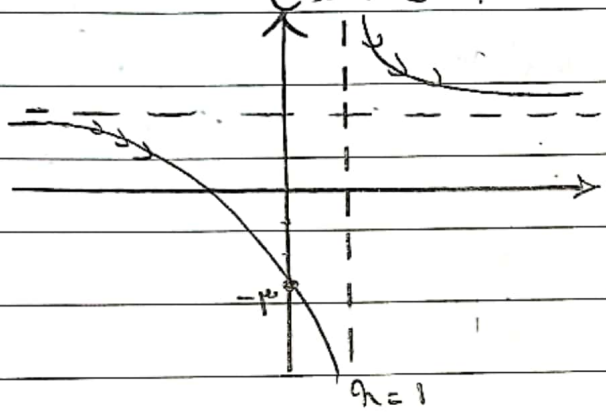
$y' = \frac{(2x-4)(x-1) - (x^2-4x+3)}{(x-1)^2} = \frac{2x^2-2x-4x+4-x^2+4x-3}{(x-1)^2}$

$y' = \frac{x^2-2x+1}{(x-1)^2} = \frac{(x-1)^2}{(x-1)^2} = 1$ تابع خطی است

۴- الف) $y = \frac{2x+3}{x-1}$ مجانب قائم: $x=1$ (ریشه مخرج)

مجانب افقی: $y=2$ ← حد تابع در $\pm\infty$

$x = -\frac{3}{2} < 0$ ← شاخه‌ها نزولی‌اند



ب) تابع عکس‌پذیر است / تابع از هر دو اصیل عبوری نیست

۵- الف) $a=?$ / $b=?$ $\quad y = \frac{ax+4}{x-b}$ $\quad \omega(2,3)$

مجانب قائم: $x=b=2$

مجانب افقی: $\lim_{x\to\infty} \frac{ax+4}{x-b} = a \Rightarrow y=a=3$

$\Rightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=2 \end{cases}$

ب) ضابطه تابع؟ معادله تابع عکس تابع f است و ضابطه‌ی آن برابر است با:

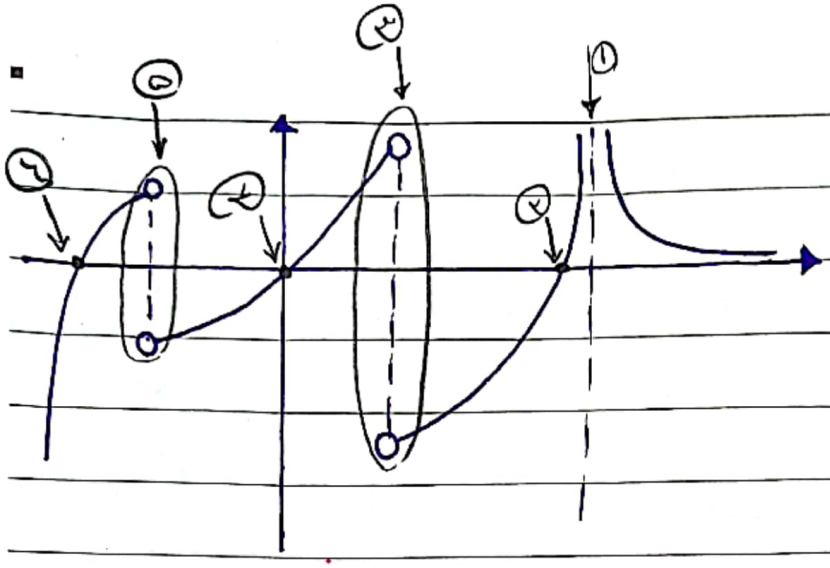
$y = \frac{3x+4}{x-2} \Rightarrow x = \frac{3y+4}{y-2} \Rightarrow y = \frac{-2x+4}{x-3}$

$\Rightarrow y = \frac{2x+4}{x-3}$

۶- معادله‌ی محور تقارن؟ $\quad y = \frac{3x+1}{x-2}$ $\quad \omega(2,3)$

$y - y_\omega = m(x - x_\omega) \Rightarrow \begin{cases} y-3 = 1(x-2) \\ y = x+1 \end{cases}$

$\begin{cases} y-3 = -1(x-2) \\ y = -x+5 \end{cases}$



۷- نمودار تابع f' ← تابع پیوسته f چند بحرانی؟

نقاط بحرانی تابع f $\begin{cases} f'(a)=0 \\ f'(a) \text{ وجود ندارد} \end{cases}$

۶ نقطه بحرانی.

۸- حدود a ← تابع نمودار ۳ نقطه بحرانی باشد؟ $y=|x^2-ax+2|$

مطابق سه حالت روبه رو تابع x^2-ax+2 باید $\Delta<0$ باشد تا $|F|$ دارای ۳ نقطه بحرانی باشد.

If $\Delta<0$ — اجرایی

If $\Delta=0$ — اجرایی

If $\Delta>0$ ⇒ $|F|$ — ۳ اجرایی

$\Delta: a^2-8>0$

$a^2>8$

$|a|>2\sqrt{2}$ ⇒ $a>2\sqrt{2}$ یا $a<-2\sqrt{2}$

۹- $y=\dfrac{x^2+2}{x^2+x+2}$ $\quad y_{min}\times y_{max}=?!$

$$\frac{x^2+2}{x^2+x+2}=k \Rightarrow x^2+2=kx^2+kx+2k$$

$$(1-k)x^2-kx-2k+2=0$$

$$\Delta=0 \Rightarrow k^2-4(1-k)(-2k+2)=0$$

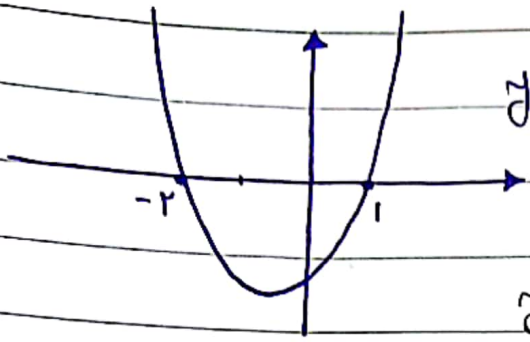
$$k^2-4(-2k+2+2k^2-2k)=0$$

$$k^2-4(2k^2-4k+2)=0 \Rightarrow k^2-8k^2+16k-8=0$$

$$-7k^2+14k-8=0 \rightarrow \Delta'=49-56=8 \rightarrow k=\frac{-8\pm\sqrt{8}}{-7}$$

$$k=\frac{8-\sqrt{8}}{7},\ k=\frac{8+\sqrt{8}}{7} \Rightarrow y_{min}\times y_{max}=\frac{56}{49}=\frac{8}{7}$$

-۱۰



$y = x^2 + ax + b$

$a(x+2)(x-1)$

$@(x^2 + x - 2) \Rightarrow$

$y = x^2 + x - 2 \quad \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \end{cases}$

$y = (x^2 + ax + b)^2 \rightarrow$ Max طول نسبی

$y = (x^2 + x - 2)^2$

$y' = 2(x^2 + x - 2)(2x + 1) = 0$

$x^2 + x - 2 = 0 \qquad 2x + 1 = 0$

$x = 1 \qquad x = \frac{-1}{2}$

$x = -2$

x	-2	$\frac{-1}{2}$	1
y'	$-\phi$ $+$	$b-$	ϕ $+$
y	↘	↗	↘ ↗
	min	max	min

Max طول نسبی $= \frac{-1}{2}$

$y = (x^2 + ax + b)^2 \rightarrow$ Min طول نسبی

$y = (x^2 + x - 2)^2$

$y' = 2(x^2 + x - 2)^1 (2x + 1) = 0$

$x^2 + x - 2 = 0 \qquad x = \frac{-1}{2}$

$x = 1$ ✱

$x = -2$ ✱

x	-2	$\frac{-1}{2}$	1
y'	$-\phi$	$-\phi$	$+\phi$ $+$
y	↘	↘	↗ ↗
		min	

Min طول نسبی $= \frac{-1}{2}$

اختلاف طول‌ها: صفر