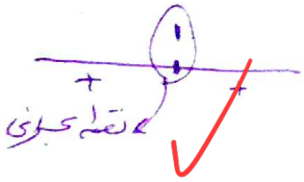
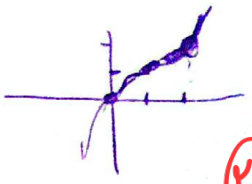
۱- $y = x^3 - 3x^2 + 3x \longrightarrow y' = 3x^2 - 6x + 3 = 0$

$x^2 - 2x + 1 = 0 \rightarrow (x-1)^2 = 0$

$x = 1$

طول رأس $= \frac{-b}{2a} = \frac{3}{3} = 1$





۲

الف) $y = \frac{-x^3 + 4}{x^2} \Rightarrow y' = \frac{-3x^3 - 2x(-x^3+4)}{x^4} = \frac{-3x^3 + 2x^4 - 8x}{x^4} = 0$

$x(-3x^3 + 2x^3 - 8) = 0$

$= -x + \frac{4}{x^2} \Rightarrow -1 - 8x^{-3} = 0$

$-8x^{-3} = 1$

$4x^{-2}$

$x^{-3} = -\frac{1}{8} \Rightarrow \frac{1}{x^3} = \frac{-1}{8}$

$x = -2$

درجه فرد است.

ب) $y = \frac{x^3}{x^2-1} \Rightarrow y' = \frac{3x^2(x^2-1) - 2x(x^3)}{(x^2-1)^2} = \frac{3x^4 - 3x^2 - 2x^4}{(x^2-1)^2}$

$= \frac{x^4 - 3x^2}{(x^2-1)^2} = \frac{x^2(x^2-3)}{(x^2-1)(x^2-1)}$

$\rightarrow x = 0$

$\hookrightarrow x = \pm\sqrt{3}$

درجه فرد هست.

۲

۳-

الف) $y = \frac{-x^2+4x+1}{x-1} \Rightarrow y' = \frac{(-2x+4)(x-1) - (-x^2+4x+1)}{(x-1)^2}$

$= \frac{2x^2 - 2x - 4x + 4 + x^2 - 4x - 1}{(x-1)^2} = \frac{-x^2 + 2x - 5}{(x-1)^2} < 0$

$\Delta = 4 - 4x - 1x - 5$

$\Delta < 0$

ندارد

جواب ندارد.

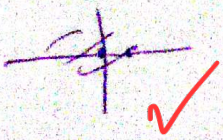
ب) $y = \frac{x^2-4x+3}{x-1} = \frac{(x-1)(x-3)}{(x-1)}$

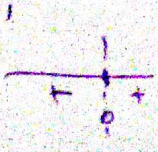
$y' = \frac{(2x-4)(x-1) - x^2+4x-3}{(x-1)^2} = \frac{2x^2 - 2x - 4x + 4 - x^2 + 4x - 3}{(x-1)^2} = \frac{x^2 - 2x + 1}{(x-1)^2} = 0$

$x = 1$ ← این نقطه بحرانی است ولی جزو دامنه نیست.

$x < 1$

و اکیدا صعودی است.





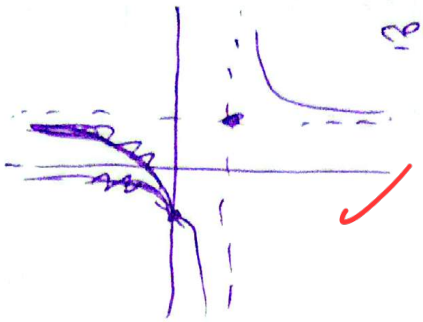
۲

Scanned with CamScanner

۴-

$y = \frac{۲x+۳}{x-۱}$ ⟵ مجانب افقی $y = ۲$

⟵ مجانب قائم $= ۱$ (مضرب صفر باشد)



از هر ۴ ناحیه می گذرد ✓ (۲)

۵- طان محل برخورد مجانب‌ها محل تقارن است.

$x - b = ۰$

$x = b \Rightarrow b = ۲$

$\frac{a}{۱} = ۲ \Rightarrow a = ۲$

$y = \frac{ax+۴}{x-b} \Rightarrow y = \frac{۲x+۴}{x-۲}$

$yx - ۲y = ۲x + ۴$

$yx - ۲x = ۲y + ۴$

$x(y-۲) = ۲y + ۴ \Rightarrow y = \frac{۲x+۴}{x-۲}$ ✓ (۲)

۶- معادله محور تقارن طان محل برخورد مجانب‌ها

$y = \frac{۳x+۱}{x-۲} \Rightarrow$ مجانب افقی $= ۳$ (۱)

مجانب قائم $= x - ۲ = ۰ \Rightarrow x = ۲$

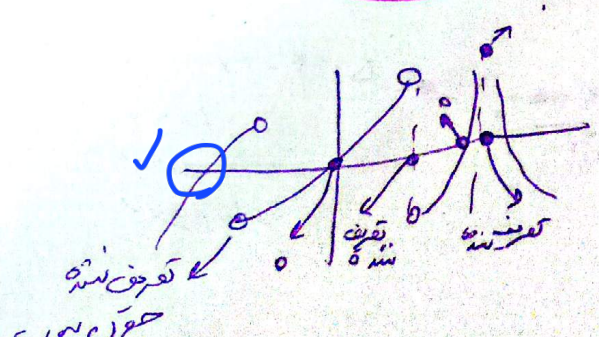
$x=۱ \rightarrow (y-۳) = ۱(x-۲) \rightarrow y = x+۱$

$x=-۱ \rightarrow (y-۳) = -۱(x-۲) \rightarrow y = -x+۵$

۷- تابع f پیوسته در R ⟵ $f' = ۰$ ⟵ f تعریف نشده

f کلا نزولی است

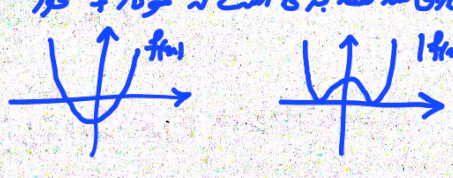
f در ۱ و ۲ و ۳ از آنجا به خاطر تابع پیوسته بودن است ⟵ ۳ تا (۱/۲۵)



✓

$y = |x^۲ - ax + ۲|$

اگر $f(x)$ یک سهمی باشد تابع $y = |f(x)|$ نمودار f محور xها را در دو نقطه قطع کند



پس باید $x^۲ - ۵x + ۲$ برای آنکه دو ریشه داشته باشد ⟵ $\Delta > ۰$ (۰)

$\Delta > ۰ \rightarrow a^۲ - ۴(۱)(۲) > ۰ \rightarrow a^۲ > ۸ \rightarrow a > ۲\sqrt{۲}$ یا $a < -۲\sqrt{۲}$

Scanned with CamScanner

$y = \frac{x^2+2}{x^2+x+2} \Rightarrow y' = \frac{2x(x^2+x+2) - (2x+1)(x^2+2)}{(x^2+x+2)^2}$ — 9

$= \frac{2x^3+2x^2+4x - 2x^3 - x^2 - 2x - 2}{(x^2+x+2)^2} = \frac{x^2-2}{(x^2+x+2)^2}$ (همواره مثبت) $\Rightarrow x = \sqrt{2}, x = -\sqrt{2}$

$x = \sqrt{2} \to y = \frac{2}{2+\sqrt{2}}$

$x = -\sqrt{2} \to y = \frac{2}{2-\sqrt{2}}$

$-\sqrt{2}$ $\sqrt{2}$: + ↗ − ↘ + ↗

$\frac{2}{2+\sqrt{2}} \times \frac{2}{2-\sqrt{2}} = \frac{14}{14}$ ✓ (۲)

$y = x^2 + ax + b \Rightarrow x^2 + x - 2$ — 10

$-a = -1 \Rightarrow a = 1$

$b = -2$

$\Rightarrow y = (x^2+x-2)^2 = 2(2x+1)(x^2+x-2)$

$(x^2+x-2)^2 = 2 \times (2x+1)(x^2+x-2)^1$

$2x(2x+1)=0$

$2x^2+2x=0$

$2x(2x+1)=0$

$x=0 \quad x=-\frac{1}{2}$

$-\frac{1}{2}$ 2 : + ↗ − ↘ + ↗

Min

$\frac{1}{4} - \frac{1}{2} - 2 = \frac{1-2-8}{4} = \left(\frac{-9}{4}\right)^2 = \frac{-729}{64}$

-1 $-\frac{1}{2}$ 2 : − ↘ + ↗ − ↘ + ↗

Max

(۲)

با صعود/نزول ← انتگرال = 0 ✓

Scanned with CamScanner