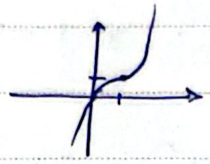
Subject
Date

۱۷٫۵

① $y = x^3 - 3x^2 + 3x \rightarrow y' = 3x^2 - 6x + 3 = 0 \rightarrow y' = 3(x-1)^2 \rightarrow x = 1$ (مجرانی الف) | روش تشریحی

$f'(x)$	+	0	+
$f(x)$	↗		↗

$f(1) = 0$

(ب  ✓ (۲)

② الف) $y = \frac{-x^3+4}{x^2} = -x + \frac{4}{x^2} \rightarrow y' = -1 - \frac{8}{x^3} = 0$ $D = \mathbb{R} - \{0\}$ (۱٫۵)

$y' = \frac{-x^3-8}{x^3} = 0$ ← $x = -2$ → مستقعر

$x \neq 0$ ✗ → مستقعر تعریف نشده

۲ مجرانی

ب) $y = \frac{x^4}{x^2-1} \Rightarrow y' = \frac{(4x^3)(x^2-1) - (2x)(x^4)}{(x^2-1)^2} \Rightarrow y' = \frac{4x^4 - 4x^2 - 2x^4}{(x^2-1)^2} = 0$ $D = \mathbb{R} - \{\pm 1\}$

$y' = \frac{x^4 - 4x^2}{(x^2-1)^2} = 0 \rightarrow y' = \frac{x^2(x^2-4)}{(x^2-1)^2}$ ← $x = 0, \pm\sqrt{4}$ مستقعر

$x = \pm 1$ ✗ مستقعر تعریف نشده

۵ مجرانی

③ الف) $y = \frac{-x^2+4x+1}{x-1} \rightarrow y' = \frac{(-2x+4)(x-1) + (x^2-4x-1)}{(x-1)^2}$

$y' = \frac{-2x^2+6x-4+x^2-4x-1}{(x-1)^2} = \frac{-x^2+2x-5}{(x-1)^2} = 0 \rightarrow x = 1$ غ ق ق ← جزء دامنه ✓

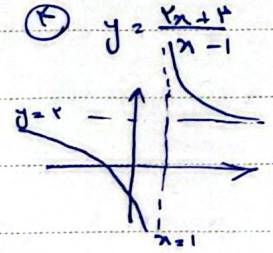
(۲)

ب) $y = \frac{x^2-4x+3}{x-1} \rightarrow y' = \frac{(2x-4)(x-1) - (x^2-4x+3)}{(x-1)^2}$ $(x-3)(x-1)$

$= 2x - 4 - x + 3 = x - 1 = 0$ ✓

$x = 1 \rightarrow$ غ ق ق جزء دامنه

④ $y = \frac{2x+4}{x-1}$



الف) $x = 1$ $y = 2$ ب) از هر آنها عبور نمی‌کند ✓

(۲)

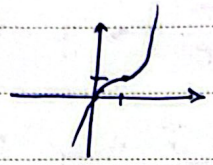
Subject
Date

تمرین تشریحی

① $y = x^3 - 3x^2 + 3x \rightarrow y' = 3x^2 - 6x + 3 = 0 \rightarrow y' = 3(x-1)^2 \rightarrow x=1$ (الف) بحرانی

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	
$f(x)$		↗	$f(1)=0$	↗	

(ب



② الف) $y = \frac{-x^3+3}{x^2} = -x + \frac{3}{x^2} \rightarrow y' = -1 - \frac{6}{x^3} = 0$

$y' = \frac{-x^3-3}{x^3} = 0 \rightarrow x=-2 \rightarrow$ مشتق صفر

$\rightarrow x=0 \rightarrow$ مشتق تعریف نشده

۲ بحرانی

ب) $y = \frac{x^4}{x^2-1} \Rightarrow y' = \frac{(4x^3)(x^2-1) - (2x)(x^4)}{(x^2-1)^2} \Rightarrow y' = \frac{4x^4 - 4x^2 - 2x^4}{(x^2-1)^2} = 0$

$y' = \frac{x^4 - 4x^2}{(x^2-1)^2} = 0 \rightarrow y' = \frac{x^2(x^2-4)}{(x^2-1)^2} \rightarrow x = 0, \pm\sqrt{3}$ مشتق صفر

$\rightarrow x = \pm 1$ مشتق تعریف نشده

۵ بحرانی

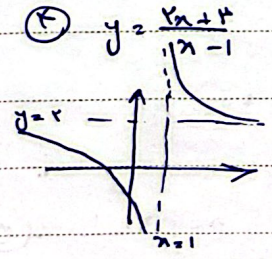
③ الف) $y = \frac{-x^2+3x+1}{x-1} \rightarrow y' = \frac{(-2x+3)(x-1) + (x^2-3x-1)}{(x-1)^2}$

$y' = \frac{-2x^2+5x-3+x^2-3x-1}{(x-1)^2} = \frac{-x^2+2x-4}{(x-1)^2} = 0 \rightarrow x=1$ غ ق ق ← جزء دامنه نیست

ب) $y = \frac{x^2-3x+3}{x-1} \rightarrow y' = \frac{(2x-3)(x-1) - (x^2-3x+3)}{(x-1)^2} = 2x - 3 - x + 3 = x = 0$

$x=1 \rightarrow$ غ ق ق جزء دامنه نیست

④ $y = \frac{2x+3}{x-1}$



الف) $x=1$ $y=2$ ب) از هر ۲ خاصیت می‌گذرد

Subject
Date

۵) الف) مجانب‌ها عل بضورد A=(۲ ۳) $x=2$ $y=3$ → $a=3$ $b=2$

$y=\frac{3x+4}{x-2}=y \rightarrow -\frac{-2x-4}{x-3}=y \rightarrow y^{-1}=\frac{2x+4}{x-3}$ ✓ ۲

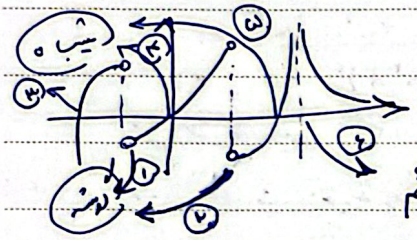
۶) مجانب‌های تابع → $x=2$ $y=3$ بانتق $y=\frac{2x+1}{x-2}$ ۱

$y'=\frac{-5}{(x-2)^2}$ → ... ۲ ... تابع → $x=2$ مجانب عمودی

$m=1 \rightarrow (y-3)=1(x-2) \rightarrow y=x+1$

$\lim_{x\to\pm\infty}\frac{3x+1}{x-2}=3$ → مجانب افقی $m=-1 \rightarrow (y-3)=-1(x-2) \rightarrow y=-x+5$

۷) منحنی صعودی یا نزولی تعریف نشده



→ ۶ بحرانی ✓ ۲

۸) $y=|x^2-ax+21|$ → (ریشه (دوشرط) ۲ ریشه) + راسی بحرانی که مشتق صفره

→ $\Delta>0$ $a^2-8>0$ $a^2>8$ $a>2\sqrt{2}$, $a<-2\sqrt{2}$ → ✓ ۲

۹) $y=\frac{x^2+2}{x^2+x+2}$ → $y'=\frac{(2x)(x^2+x+2)-(2x+1)(x^2+2)}{(x^2+x+2)^2}$ $y'=\frac{2x^3-2x^3+2x^2-x^2+4x-4x-4}{(x^2+x+2)^2}$

$y'=\frac{x^2-2}{(x^2+x+2)^2}=0 \rightarrow x=\pm\sqrt{2}$

x	$-\sqrt{2}$		$+\sqrt{2}$
$f'(x)$	+	−	+
$f(x)$	↗ max	↘	↗ min

$(-\sqrt{2}\ \ \frac{4}{4-2\sqrt{2}})$ $(+\sqrt{2}\ \ \frac{4}{4+2\sqrt{2}})$ ضرب نقاط $\frac{16}{16}$ $\frac{8}{8}$ ✓ ۲

۱۰) $y=(x-1)(x+2) \rightarrow y=x^2+x-2$ $a=1$ $b=-2$

$x=-2,\ 1$ → ۳

$y=(x^2+x-2)^2 \rightarrow y'=2(x^2+x-2)(2x+1)=0$

$y=(x^2+x-2)^3 \rightarrow y'=3(x^2+x-2)^2(2x+1)$

x	-2		$-\frac{1}{2}$		1
y'	−	+	−	+	+
	↘	↗	↘	↗	↗

$x=-\frac{1}{2}$ ۱

سوال ۱۰)

$f(x) = x^2 + x - 2$

$y = (x^2+x-2)^2 \rightarrow y' = 2(x^2+x-2)(2x+1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \\ \boxed{x = -\frac{1}{2}} \end{cases}$

x		-2		$-\frac{1}{2}$		1	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	↘	min	↗	max	↘	min	↗

$y = (x^2+x-2)^3 \rightarrow y' = 3(x^2+x-2)^2(2x+1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \\ \boxed{x = -\frac{1}{2}} \end{cases}$

x		-2		$-\frac{1}{2}$		1	
y'	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$+$
y	↘		↘	min	↗		↗

$-\frac{1}{2} - (-\frac{1}{2}) = 0$ ← اختلاف آنها