پرنیان شمشیری - دوازدهم دختر A

تکلیف شماره (۲۸)

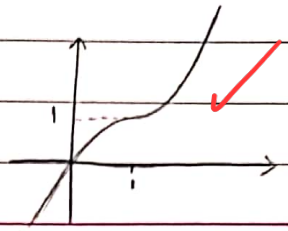
سوال ۱) $y = x^3 - 3x^2 + 3x$

الف) $y' = 3x^2 - 6x + 3 \longrightarrow$ مشتق صفر یا تعریف نشده = نقاط بحرانی $\Rightarrow y' = 0 \rightarrow 3x^2 - 6x + 3 = 0 \rightarrow 3(x^2 - 2x + 1) = 3(x-1)^2$ (۲)

$\rightarrow 3(x-1)^2 = 0 \longrightarrow \boxed{x = 1} \rightarrow$

ب) $y = x^3 - 3x^2 + 3x = x(x^2 - 3x + 3)$

x		0	1
y'	$+$	0	$+$
y	↗	↗	↗



سوال ۲) الف) $y = \frac{-x^3 + 4}{x^2} \rightarrow y' = \frac{(-3x^2)(x^2) - (2x)(-x^3+4)}{x^4} = \frac{-3x^4 + 2x^4 - 8x}{x^4} = \frac{-x^4 - 8x}{x^4}$

$\frac{-x(x^3+8)}{x^4} = 0 \rightarrow x = 0$ (تن) ✓ $\rightarrow x = -2$ (۲)

$\rightarrow$ نقاط بحرانی $x = \{-2, 0\}$

ب) $y = \frac{x^3}{x^2 - 1} \rightarrow y' = \frac{(3x^2)(x^2-1) - (2x)(x^3)}{(x^2-1)^2} = \frac{3x^4 - 3x^2 - 2x^4}{(x^2-1)^2} = \frac{x^4 - 3x^2}{(x^2-1)^2} = \frac{x^2(x^2-3)}{(x^2-1)^2} = 0$

$x = \pm 1 \rightsquigarrow$ تن ✓ $\rightarrow$ نقاط بحرانی $= x = \{-\sqrt{3}, -1, 0, 1, \sqrt{3}\}$

$x = \pm\sqrt{3}, 0 \rightsquigarrow 0$

سوال ۳) الف) $y = \frac{-x^2 + 4x + 1}{x - 1} \rightsquigarrow y' = \frac{(-2x+4)(x-1) - (1)(-x^2+4x+1)}{(x-1)^2} = \frac{-2x^2 + 4x - 4 + x^2 - 4x - 1}{(x-1)^2}$

$= \frac{-x^2 + 2x - 5}{(x-1)^2} \neq 0 \longrightarrow$ ریشه ندارد $\rightarrow$ ext ندارد ✓ (۲)

ب) $y = \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1} \Rightarrow y' = \frac{(2x-4)(x-1) - (1)(x^2-4x+3)}{(x-1)^2} = \frac{2x^2 - 6x + 4 - x^2 + 4x - 3}{(x-1)^2} = \frac{x^2 - 2x + 1}{(x-1)^2} = 1$

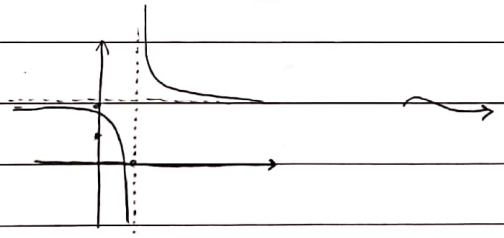
$\rightarrow y' \neq 0 \longrightarrow$ ext ندارد ✓

سوال ۴) $y = \frac{2x + 3}{x - 1}$ (۱)

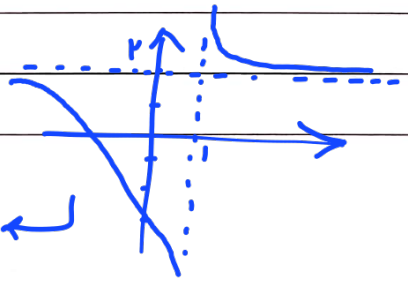
الف) مجانب قائم = ریشه مخرج $\rightarrow x - 1 = 0 \longrightarrow \boxed{x = 1}$

مجانب افقی $= \frac{a}{c} = \frac{2}{1} = \boxed{2}$

ب)



$\rightsquigarrow$ * از ناحیه (۳) عبور نمی‌کند



از تمام نواحی می‌گذرد

s.a.m

سوال ۵)

الف) $y=\frac{ax+4}{x-b}$ → مرز تقارن $(2,3)$ → $b=2$ ، $\frac{a}{1}=3 \rightarrow a=3$

ب) $y=\frac{3x+4}{x-2} \rightarrow y^{-1}=-\frac{-2x-4}{x-3}=\frac{2x+4}{x-3}$ ✓

(۲)

سوال ۶)

$y=\frac{3x+1}{x-2}$ ← مجانب افقی : $y=3$ ، مجانب عمود : $x=2$

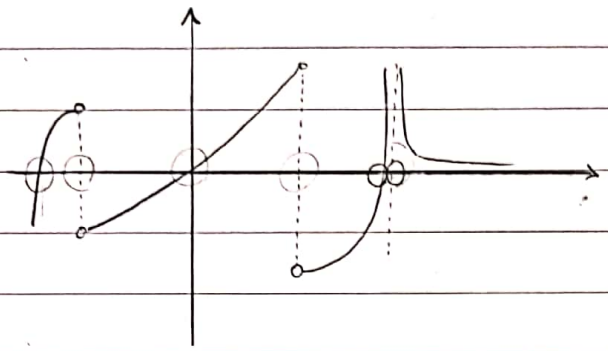
مرز تقارن : $(2,3)$

خط تقارن → $y=1x+b \rightarrow 3=2+b \Rightarrow b=1 \rightarrow y=x+1$

$y=-1x+b \rightarrow 3=-2+b \Rightarrow b=5 \rightarrow y=-x+5$ ✓

(۲)

سوال ۷)

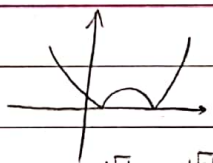


→ عرض مجانبی دارد ✓

(۲)

سوال ۸)

$y=|x^2-ax+2| \rightarrow$



→ در واقع باید ۲ ریشه بدهد ← ۳ نقطه مجانبی دارد

→ $\Delta>0 \rightarrow a^2-8>0 \rightarrow$

	$-2\sqrt{2}$		$2\sqrt{2}$	
	+	−		+

$\rightsquigarrow a:(-\infty,-2\sqrt{2})\cup(2\sqrt{2},+\infty)$ ✓

(۲)

سوال ۹)

$y=\frac{x^2+2}{x^2+x+2} \rightarrow y'=\frac{(2x)(x^2+x+2)-(2x+1)(x^2+2)}{(x^2+x+2)^2} \rightarrow \frac{2x^3+2x^2+4x-2x^3-4x-x^2-2}{(x^2+x+2)^2}$

$=\frac{x^2-2}{(x^2+x+2)^2}=0 \rightarrow$

		$-\sqrt{2}$		$\sqrt{2}$	
y'		+	0	−	0	+
y		↗	max	↘	min	↗

$\max \left| \begin{matrix} =\sqrt{2} \\ 4 \\ 4-\sqrt{2} \end{matrix} \right.$ $\min \left| \begin{matrix} \sqrt{2} \\ 4 \\ 4+\sqrt{2} \end{matrix} \right.$ $\rightarrow \max.\min=\frac{16}{16-2}=\frac{16}{14}=\frac{8}{7}$ ✓

(۲)

سوال ۱۰)

$f(x)=x^2+x-2$

$y=(x^2+x-2)^2 \rightarrow y'=2(x^2+x-2)(2x+1)=0 \rightarrow \begin{cases} x=-2 \\ x=1 \\ x=-\frac{1}{2} \end{cases}$

x		-2		$-\frac{1}{2}$		1	
y'	−	0	+	0	−	0	+
y	↘	min	↗	max	↘	min	↗

$y=(x^2+x-2)^3 \rightarrow y'=3(x^2+x-2)^2(2x+1)=0 \rightarrow \begin{cases} x=-2 \\ x=1 \\ x=-\frac{1}{2} \end{cases}$

x		-2		$-\frac{1}{2}$		1	
y'	−	0	−	0	+	0	+
y	↘		↘		↗		↗

min

$-\frac{1}{2}-(-\frac{1}{2})=0$ ← اختلاف صفر