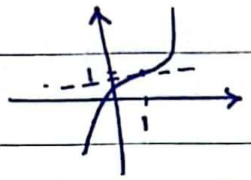
۱) $y = x^3 - 3x^2 + 3x$

الف) $y' = 3x^2 - 6x + 3 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x-1)^2 = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow \left|\begin{matrix}1\\1\end{matrix}\right.$ → نقطه بحرانی

ب)

		1	
$f'(x)$	+	0	+
$f(x)$	↗		↗

⇒



۲) الف) $y = \frac{-x^3+4}{x^2} \rightarrow y' = \frac{(-3x^2)x^2 - 2x(-x^3+4)}{x^4} = \frac{-x^3-8}{x^3}$

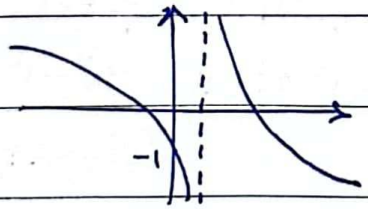
$\Rightarrow \frac{-x^3-8}{x^3} = 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow \left|\begin{matrix}-2\\3\end{matrix}\right.$

ب) $y = \frac{x^3}{x^2-1} \Rightarrow y' = \frac{3x^2(x^2-1) - 2x(x^3)}{(x^2-1)^2} = \frac{x^4 - 3x^2}{(x^2-1)^2} = 0 \Rightarrow x = 0, \pm\sqrt{3}$

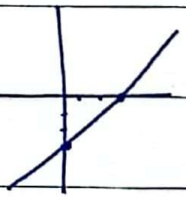
$\Rightarrow \left|\begin{matrix}0\\0\end{matrix}\right.$, $\left|\begin{matrix}+\sqrt{3}\\\frac{3\sqrt{3}}{2}\end{matrix}\right.$, $\left|\begin{matrix}-\sqrt{3}\\-\frac{3\sqrt{3}}{2}\end{matrix}\right.$

۳) الف) $y = \frac{-x^2+4x+1}{x-1} \Rightarrow y' = \frac{(-2x+4)(x-1) - (-x^2+4x+1)}{(x-1)^2} = \frac{-x^2+2x-5}{(x-1)^2}$

↳ $\Delta < 0 \Rightarrow$ صفری نمی‌شود $\Rightarrow$ استیشن ندارد.



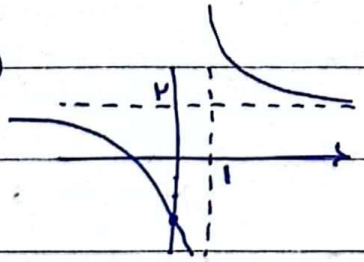
ب) $y = \frac{x^2-4x+3}{x-1} \quad x \neq 1 \rightarrow y = x - 3$



→ نقطه استیشن ندارد

۴) الف) $x = 1$ مجانب عمودی $\Rightarrow$ نمیشه خنجی $\quad y = 2$ مجانب افقی

ب)



$\Rightarrow$ از هیچ ناحیه‌ای نمی‌گذرد

۳) الف) $\frac{ax+4}{x-b} = \frac{3x+4}{x-2}$ $\Leftarrow$ $a=3$

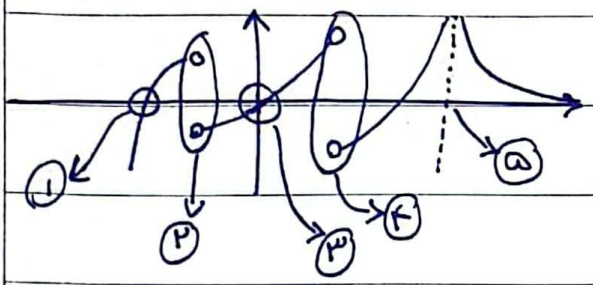
$(2,3) \Rightarrow 2=$ جانب عمودی $\Rightarrow x=2 \Rightarrow b=2$ ، $3=$ جانب افقی $\Rightarrow y=3 \Rightarrow \frac{a}{1}=3$

ب) $-\frac{-2x-4}{x-3} = \frac{2x+4}{x-3} = f^{-1}(x)$

۴) $y=\frac{3x+1}{x-2}$ از مرکز تقارن می‌گذرد $(2,3) \rightarrow y=x+\alpha \rightarrow 3=2+\alpha \rightarrow \alpha=1$

$\hookrightarrow y=-x+\alpha \rightarrow 3=-2+\alpha \rightarrow \alpha=5$ $\Rightarrow$ $\begin{cases} y=x+1 \\ y=-x+5 \end{cases}$

۷) نقاط مجانبی نقاطی هستند که مقدار تابع صفر است یا مقداری برای تابع وجود ندارد.



$\Rightarrow$ ۵ نقطه مجانبی دارد.

۸) $y=|x^2-ax+2|$ عبارت داخل قدرمطلق باید ۲ ریشه داشته باشد $\rightarrow \Delta>0 \Rightarrow a^2-4(2)(1)>0$

$\Rightarrow a>2\sqrt{2}$ ، $a<-2\sqrt{2}$

۹) $y=\frac{x^2+2}{x^2+x+2} \Rightarrow y'=\frac{(2x)(x^2+x+2)-(2x+1)(x^2+2)}{(x^2+x+2)^2} = \frac{x^2-2}{(x^2+x+2)^2}$

$\Rightarrow y'=\frac{x^2-2}{(x^2+x+2)^2}=0 \Rightarrow x=\pm\sqrt{2} \Rightarrow \left(\frac{4}{4+\sqrt{2}}\right)\times\left(\frac{4}{4-\sqrt{2}}\right)=\frac{16}{14}=\frac{8}{7}$

۱۰) $y=x^2+ax+b=x^2+x-2$

$-a=-2+1 \Rightarrow a=1$ ، $b=(-2)(1)=-2$

$y=(x^2+x-2)^2 \rightarrow -\frac{1}{2} \rightarrow -2,1$

$\hookrightarrow y'=2(2x+1)(x^2+x-2)$

	-2		$-\frac{1}{2}$		1	
y'	$-$	$+$		$-$		$+$
y	$\searrow$	$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$

$\Rightarrow x=-\frac{1}{2} \rightarrow$ نسبی max

$y=(x^2+x-2)^3 \Rightarrow y'=3(2x+1)(x^2+x-2)^2$

$\downarrow -\frac{1}{2}$ $\quad \downarrow -2,1$

	-2^*		$-\frac{1}{2}$		1^*	
y'	$-$	$-$		$+$		$+$
y	$\searrow$	$\searrow$		$\nearrow$		$\nearrow$

$x=-\frac{1}{2} \Rightarrow$ نسبی min $\Rightarrow \left(-\frac{1}{2}\right)-\left(-\frac{1}{2}\right)=0$