نام و نام خانوادگی ......[illegible]...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۲... کلاس ...دوازدهم تجربی A.........

۲۰

۱ (۲)

$y=\frac{x^2+x+2}{x-1} \Rightarrow yx-y=x^2+x+2$

$\Rightarrow x^2+(1-y)x+(2+y)=0 \longrightarrow x=\frac{-(1-y)\pm\sqrt{\Delta}}{2\times1}$

$\Rightarrow \Delta\geq0 \Rightarrow (1-y)^2-4(2+y)\geq0$

$y^2-2y+1-8-4y\geq0 \Rightarrow y^2-6y-7\geq0 \Rightarrow (y-7)(y+1)\geq0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}}$ $\begin{array}{ccccc} & -1 & & 7 & \\ + & 0 & - & 0 & + \end{array}$

$R_f=(-\infty,-1]\cup[7,+\infty)$

۲ (۲)

الف) $y=2x^2-5x+1 \Rightarrow$ تابع دارای min است

$x_{min}=\frac{-(-5)}{4}=\frac{5}{4}$ ↳ $R_f=[y_{min},+\infty)$

$y_{min}=2\times\frac{25}{8\times2}-5\times\frac{5}{4}+1=\frac{-17}{8}\Rightarrow[\frac{-17}{8},+\infty)$

ب) $y=\sqrt{-x^2+6x-5}\xrightarrow[\text{(زیر رادیکال)}]{\text{max دارد}}\sqrt{(-\infty,y_{max}]}$

$x_{max}=\frac{-6}{-2}=3$

$y_{max}=-9+18-5=4$ $\to\sqrt{(-\infty,4]}\Rightarrow R_f=[0,2]$

ج) $y=\sqrt{x^7-3x^3+4x+1}\xrightarrow{\text{زیر رادیکال}}$ بزرگترین توان فرد ← $\sqrt{\mathbb{R}}$

$\Rightarrow\sqrt{\mathbb{R}}=[0,+\infty)=R_f$

د) $\log(\underbrace{x^3-6x^2+7x+4})$ شرط $(0,+\infty)$ را می‌پذیرد. (بزرگترین توان فرد است!) $\Rightarrow R_f=\mathbb{R}$

۳ (۲)

الف) $y=\frac{3x+1}{2x-6}\to2yx-6y=3x+1$

$(3-2y)x=-(1+6y)$ $\quad\boxed{R_f=\mathbb{R}-\{\frac{3}{2}\}}$

$\Rightarrow x=\frac{-(1+6y)}{3-2y}\xrightarrow{\text{مخرج}\neq0}3-2y\neq0\Rightarrow y\neq\frac{3}{2}$

ب) $y=\sqrt{\frac{4x+1}{x-2}}\Rightarrow R=\sqrt{R_{\text{زیر رادیکال}}}\Rightarrow R=[0,+\infty)-\{2\}$

$R_{\text{زیر رادیکال}}\Rightarrow yx-2y=4x+1\Rightarrow(4-y)x=-(1+2y)$

$\Rightarrow x=\frac{-(1+2y)}{4-y}\xrightarrow{\text{مخرج}\neq0}4-y\neq0\Rightarrow y\neq4\Rightarrow R_{\text{زیر رادیکال}}=\mathbb{R}-\{4\}$

ج) $y=\frac{x^2+4}{\sqrt{x^2+3}}\Rightarrow\sqrt{x^2+3}+\frac{1}{\sqrt{x^2+3}}$

$a+\frac{1}{a}\geq2$ $(a>0$ ، اگر $a=1$ بتواند$)\xrightarrow{\text{نمی‌شود}}\min\sqrt{x^2+3}=\sqrt{3}$ ، $a+\frac{1}{a}=\frac{4\sqrt{3}}{3}\Rightarrow R=[\frac{4\sqrt{3}}{3},+\infty)$

د) $y=x^2+\frac{1}{x^2+4}=(x^2+4+\frac{1}{x^2+4})-4$

در پرانتز $\to\min(x^2+4)=0+4=4\Rightarrow4+\frac{1}{4}=\frac{17}{4}\Rightarrow[\frac{17}{4},+\infty)$

↳ $(x^2+4+\frac{1}{x^2+4})-4\Rightarrow[\frac{1}{4},+\infty)=R_f$

۴ (۲)

$y=\frac{3x^2+4}{x^2-1}$

روش اصلی $\to yx^2-y=3x^2+4$

$\Rightarrow(3-y)x^2=-(4+y)$

$\Rightarrow x^2=\frac{y+4}{y-3}\Rightarrow x=\pm\sqrt{\frac{y+4}{y-3}}\xrightarrow[\text{علامت}]{\text{تعیین}}$ $\begin{array}{ccccc} & -4 & & 3 & \\ + & 0 & - & \nexists & + \end{array}$

$\Rightarrow R=(-\infty,-4]\cup(3,+\infty)$

$y=\frac{3x^2+4}{x^2-1}$ $\quad\frac{a}{c}\notin R\Rightarrow y\neq3$

طبق تذکر ۲ $\to\max(x^2)=+\infty\Rightarrow y=3$

↳ $\min(x^2)=0\Rightarrow y=-4$

$x^2-1=0\Rightarrow x=\pm1\Rightarrow$ مخرج $=0$ ✓ (خارج دامنه)

$\Rightarrow R=(-\infty,-4]\cup(3,+\infty)$

۵ (۲)

$y=\frac{2\sin x-1}{\sin x+3}$

روش اصلی $\Rightarrow y\sin x+3y=2\sin x-1$

$(2-y)\sin x=1+3y\Rightarrow\sin x=\frac{1+3y}{2-y}$

(مخرج $\neq0$)

$-1\leq\frac{1+3y}{2-y}\leq1$

$\to\frac{1+3y-2+y}{2-y}\leq0\Rightarrow\frac{4y-1}{2-y}\leq0\to$ $\begin{array}{ccccc} & \frac{1}{4} & & 2 & \\ - & 0 & + & \nexists & - \end{array}$

↳ $0\leq\frac{1+3y+2-y}{2-y}\Rightarrow0\leq\frac{2y+3}{2-y}\to$ $\begin{array}{ccccc} & -\frac{3}{2} & & 2 & \\ - & 0 & + & \nexists & - \end{array}$

اشتراک می‌گیریم $[-\frac{3}{2},\frac{1}{4}]=R_f$

$y=\frac{2\sin x-1}{\sin x+3}$

طبق تذکر ۲ $\longrightarrow\max(\sin x)=1\Rightarrow\frac{2-1}{1+3}=\frac{1}{4}$

↳ $\min(\sin x)=-1\Rightarrow\frac{-2-1}{-1+3}=\frac{-3}{2}$

$\sin x+3\neq0\to$ پس دو عدد

$\Rightarrow R_f=[-\frac{3}{2},\frac{1}{4}]$

۶ ۲

$f(x)=\dfrac{x^۲-x+\frac{۱}{۴}}{x^۲-x+۱} \xrightarrow{\text{مخرج} \neq ۰} x^۲-x+۱\neq ۰ \to \underset{(۱-۴)}{\overset{a>۰}{\Delta<۰}} \Rightarrow$ همواره $+ \Rightarrow \boxed{D_f=\mathbb{R}}$

$y=\dfrac{x^۲-x+\frac{۱}{۴}}{x^۲-x+۱} \Rightarrow yx^۲-yx+y=x^۲-x+\frac{۱}{۴}$

$\Rightarrow (۱-y)x^۲+(y-۱)x+(\frac{۱}{۴}-y)=۰ \Rightarrow x=\dfrac{-(y-۱)\pm\sqrt{\Delta}}{۲(۱-y)} \to \Delta\geq ۰ \to (y-۱)^۲-۴\overset{(y-\frac{۱}{۴})(y-۱)}{(\frac{۱}{۴}-y)(۱-y)}\geq ۰$

$\Rightarrow (y-۱)(y-\cancel{۱}-۴y+\cancel{۱}) \Rightarrow -۳y(y-۱)\geq ۰$

$\hookrightarrow ۱-y\neq ۰ \to y\neq ۱$

تعیین علامت $\hookrightarrow$ $\begin{array}{ccccc} & ۰ & & ۱ & \\ - & & + & & - \end{array}$

اشتراک $\to \boxed{R_f=[۰,۱)}$

۷ ۲

الف) $y=|۲x-۲|-|x-۳|$

$y=۲|x-۱|-|x-۳|$

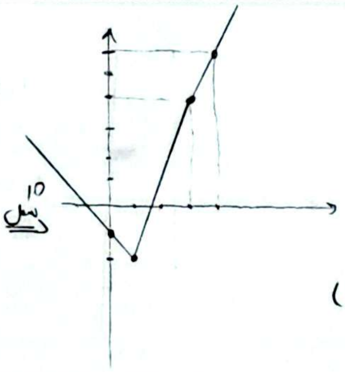
$x=۰ \to ۲\times ۱-۳=-۱$

$x=۱ \to ۰-۲=-۲$

$x=۳ \to ۲\times ۲-۰=۴$

$x=۴ \to ۲\times ۳-۱=۶$

$R_f[-۲,+\infty)$



ب) $y=|x-۳|+|x+۱|$

$x=-۲ \to ۵+۱=۶$

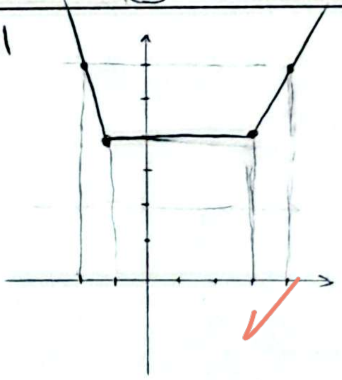
$x=-۱ \to ۴+۰=۴$

$x=۳ \to ۰+۴=۴$

$x=۴ \to ۱+۵=۶$

(یا هم به روش نمودار رسم!)

$R_f:[۴,+\infty)$



۸ ۲

$y=|x-۲|-|۲x+۲| \quad , \quad y\leq ۱$

$y=|x-۲|-۲|x+۱|$

$x=-۲ \Rightarrow ۴-۲\times ۱=۲ \quad (y=-x+۲+۲x+۲=x+۴)$ شیب $=۱$

$x=-۱ \Rightarrow ۳-۲\times ۰=۳$

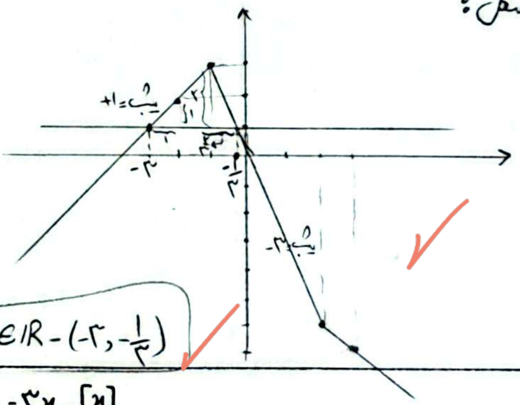
$\rangle \to (y=-x+۲-۲x-۲=-۳x)$

$x=۲ \Rightarrow ۰-۲\times ۳=-۶$

$x=۳ \Rightarrow ۱-۲\times ۴=-۷ \quad (y=x-۲-۲x-۲=-x-۴)$ شیب $=-۱$

$\Rightarrow \boxed{x\in\mathbb{R}-(-۳,-\frac{۱}{۳})}$

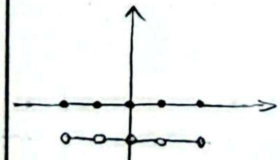
از رسم شکل:



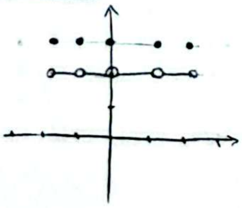
۹ ۲

الف) $y=[x]+[۳-x]$ $\boxed{R=\{۲,۳\}}$

$y=۳+[x]+[-x]$



$\Rightarrow$



$y=[x]+[-x] \quad R=\{-۱,۰\}$

$y=۳+[x]+[-x] \quad R_f=\{۲,۳\}$

ب) $y=۳x-[x]$

$-۲\leq x<-۱ \Rightarrow y=۳x+۲$ $\quad -۲\to -۴,\ -۱\to -۱$

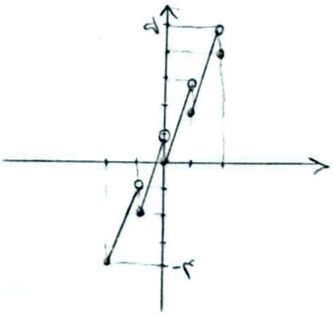
$-۱\leq x<۰ \Rightarrow y=۳x+۱$ $\quad -۱\to -۲$

$۰\leq x<۱ \Rightarrow y=۳x$ $\quad ۰\to ۰,\ ۱\to ۳$

$۱\leq x<۲ \Rightarrow y=۳x-۱$ $\quad ۱\to ۲,\ ۲\to ۵$

$x=۲ \Rightarrow y=۳x-۲ \to ۴$

$R_f=[-۴,۵)$



۱۰ ۲

الف) $y=\sin^۲x-\sin x+۱$

$\sin x \to max \Rightarrow ۱ \Rightarrow ۱-۱+۱=۱$

$\hookrightarrow min \Rightarrow -۱ \Rightarrow ۱+۱+۱=۳$

$\hookrightarrow \frac{-b}{۲a} \Rightarrow \frac{+۱}{۲} \Rightarrow \frac{۱}{۴}-\frac{۱}{۲}+۱=\frac{۳}{۴}$

$\Rightarrow R_f=[\frac{۳}{۴},۳]$

ب) $y=\sin^۴x+\sin^۲x+۱$

$\sin^۲x \to max \Rightarrow ۱ \Rightarrow ۱+۱+۱=۳$

$\hookrightarrow min \Rightarrow ۰ \Rightarrow ۰+۰+۱=۱$

$\hookrightarrow \frac{-b}{۲a} \Rightarrow \frac{-۱}{۲}$ غ ق ق

$R_f:[۱,۳]$