۱۹/۱۵

نام و نام خانوادگی ...بهاره امیری... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۳... کلاس ...دوازدهم ج...

۱

$y=\frac{x^2+x+2}{x-1} \rightarrow yx-y-x^2-x-2=0 \rightarrow -x^2+(y-1)x-y-2=0$

$x_1, x_2=\frac{-(y-1)\pm\sqrt{(y-1)^2-4(y+2)}}{-2} \rightarrow (y-1)^2-4(y+2)\geq 0$

$\rightarrow y^2-6y-7\geq 0 \rightarrow (y-7)(y+1)\geq 0$

$R_y=(-\infty, -1]\cup[7, +\infty)$ $\quad + \overset{-1}{|} - \overset{7}{|} +$

۲

۲

الف) $y=2x^2-5x+1 \xrightarrow[a>0]{\text{min دارد}} x=\frac{-b}{2a}=\frac{5}{4}\rightarrow y=-\frac{17}{8}\rightarrow R_y=[\frac{-17}{8}, +\infty)$

ب) $y=\sqrt{-x^2+6x-5} \xrightarrow[a<0]{\text{max دارد}} x=\frac{-b}{2a}=3\rightarrow y=4\rightarrow R_y=\sqrt{(-\infty, 4]}=[0, 2]$

ج) $y=\sqrt{x^7-3x^2+4x+1} \xrightarrow[\text{فرد است}]{\text{معادله درجه ۷ بزرگترین توان}} R_y=\sqrt{\mathbb{R}}=[0, +\infty)$

د) $\log(x^3-6x^2+7x+4) \xrightarrow[\text{توان فرد است}]{\text{معادله درجه ۳ بزرگترین}} R_y=\mathbb{R}$

۲

۳

الف) $y=\frac{3x+1}{2x-6} \xrightarrow{\text{تابع هموگرافیک}} R_y=\mathbb{R}-\{\frac{a}{c}\}=\mathbb{R}-\{3/2\}$

ب) $y=\sqrt{\frac{4x+1}{x-2}} \xrightarrow{\text{تابع هموگرافیک}} R_y=\sqrt{\mathbb{R}-\{4\}}=[0, +\infty)-\{2\}$

ج) $y=\frac{x^2+3+1}{\sqrt{x^2+3}}=\sqrt{x^2+3}+\frac{1}{\sqrt{x^2+3}} \xrightarrow[\text{رادیکال = ۳}]{\text{کمترین مقدار زیرا}} \sqrt{3}+\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{4}{\sqrt{3}}$ $R_y=[\frac{4}{\sqrt{3}}, +\infty)$

د) $y=x^2+\frac{1}{x^2+4}+4-4 \xrightarrow[\text{به ازای } x=0 \text{ می‌گیرد}]{\text{کمترین مقدار را}} 4+\frac{1}{4}-4=\frac{1}{4}$ $R_y=[\frac{1}{4}, +\infty)$

۲

۴

روش اصلی:

$y-3\neq 0 \rightarrow y\neq 3$

$y=\frac{3x^2+4}{x^2-1}\rightarrow (y-3)x^2-y-4=0$ $\quad x_1, x_2=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}\xrightarrow{I} 2a\neq 0\rightarrow y\neq 3$

$\overset{II}{\rightarrow}$ $b^2-4ac\geq 0\rightarrow 4(y-3)(y+4)\geq 0$ $\quad + \overset{-4}{|} - \overset{3}{|} +$ $\quad (-\infty, -4]\cup[3, +\infty$ $\quad (3, +\infty)$

اشتراک ۲ اثر: $I\cap II: (-\infty, -4]\cup(3, +\infty)=R_y$

تذکر ۲:

$0\leq x^2\leq +\infty \rightarrow \begin{cases} x^2=0\rightarrow y=-4 \\ x^2=+\infty\rightarrow y=3\end{cases}$ کمترین مقدار تابع را تشکیل میدهد ... $\rightarrow R_y=(-\infty, -4]\cup(3, +\infty)$

۱/۷۵

۵

روش اصلی:

$y=\frac{2\sin x-1}{\sin x+3}\rightarrow y\sin x+3y=2\sin x-1\rightarrow \sin x=\frac{3y+1}{2-y}$

$-1\leq \sin x\leq 1\rightarrow -1\leq\frac{3y+1}{2-y}\leq 1$ $\begin{cases} -1\leq\frac{3y+1}{2-y}\rightarrow y\geq -\frac{3}{2} \\ 1\geq\frac{3y+1}{2-y}\rightarrow y\leq\frac{1}{4}\end{cases}\rightarrow R_y=[-\frac{3}{2}, \frac{1}{4}]$

تذکر ۲:

$\max \sin x=1\rightarrow y=1/4$

$\min \sin x=-1\rightarrow y=-3/2$ مخرج هیچگاه صفر نشود $\rightarrow R_y=[-3/2, 1/4]$

۲

$R_f = [0, 1)$

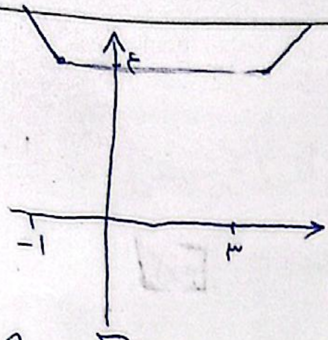
ادامه سؤال ۶:

دامنه: $x^2 - x + 1 \neq 0 \quad 1-4=-3 \to \Delta < 0, a > 0 \xrightarrow[\text{است}]{\text{همیشه مثبت}} D_f = \mathbb{R}$

برد: $yx^2 - yx + y = x^2 - x + \frac{1}{4} \to (y-1)x^2 + (1-y)x + (y - \frac{1}{4}) = 0$ ۶

$$\underbrace{\frac{-(1-y) \pm \sqrt{(1-y)^2 - 4(y-1)(y-\frac{1}{4})}}{2(y-1)}}\ \xrightarrow{\mathrm{I}} (1-y)^2 - 4(y^2 - \frac{5}{4}y + \frac{1}{4}) \geq 0$$

$y^2 + 1 - 2y \geq 4y^2 - 5y + 1 \to 0 \geq 3y^2 - 3y \quad \overset{0}{+}\ -\ \overset{1}{+} \quad \mathrm{II}\ y - 1 \neq 0 \to y \neq 1$



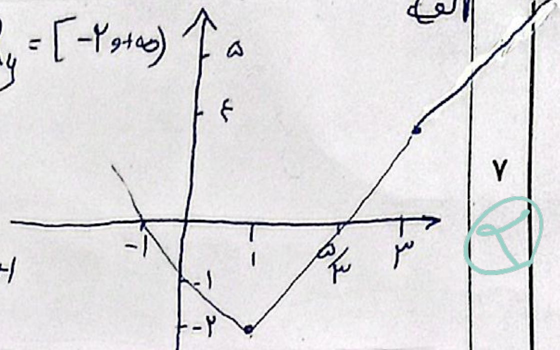
ب) $y = |x-3| + |x+1|$

تابع گلدانی با ریشه ۱- و ۳

$R_y = [4, +\infty)$

الف) $R_y = [-2, +\infty)$

$y = -x - 1 \quad | \quad y = 3x - 5 \quad | \quad y = x + 1$ ۷



$\mathrm{I}\quad x \leq -1 \to x + 4 \leq 1 \to x \leq -3$

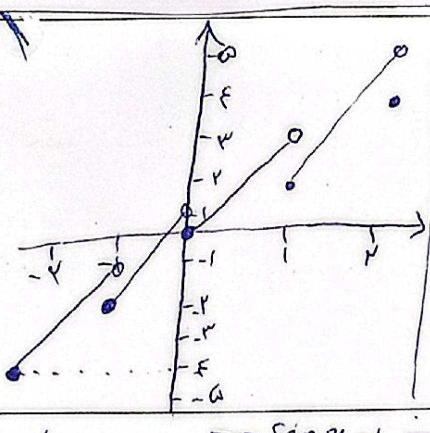
$\mathrm{II}\quad -1 < x < 2 \to -3x \leq 1 \to x \geq -\frac{1}{3} \to -\frac{1}{3} \leq x < 2$

$\mathrm{III}\quad x \geq 2 \to x - 4 \leq 1 \to x \geq -5 \to x \geq 2$ ۸

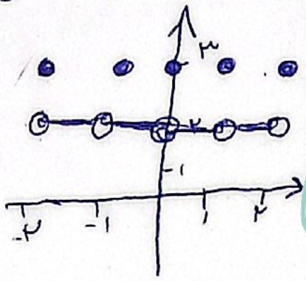
$\mathrm{I} \cup \mathrm{II} \cup \mathrm{III} : (-\infty, -3] \cup [-\frac{1}{3}, +\infty)$ محدوده جواب نامعادله

$y = 3x - [x]$

$$\begin{cases} 3x+2 & -2 \leq x < -1 \\ 3x+1 & -1 \leq x < 0 \\ 3x & 0 \leq x < 1 \\ 3x-1 & 1 \leq x < 2 \\ -4 & x = 2 \end{cases}$$



الف) $y = [x] + [-x] + 3$



۹

الف) $y = \sin x - \sin x + 1$

$\sin x \begin{cases} \sin x = 1 \to y = 1 \\ \sin x = -1 \to y = 3 \\ \underset{\text{رأس}}{\sin x} = \frac{1}{2} \to y = \frac{3}{4} \end{cases}$ $\quad R_y = [\frac{3}{4}, 3]$

۱۰

ب) $\sin^2 x \begin{cases} \sin^2 x = 1 \to y = 3 \\ \sin^2 x = 0 \to y = 1 \\ \underset{\text{رأس}}{\sin^2 x} = -\frac{1}{2} \times \end{cases}$ $\quad y = \sin^4 x + \sin^2 x + 1 \quad R_y = [1, 3]$