نام و نام خانوادگی ...[illegible]... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۳ ...... کلاس ...[illegible]...

A

۱ (۲)

$y=\frac{x^2+x+2}{x-1} \rightsquigarrow yx-y=x^2+x+2$

$x^2+(1-y)x+(y+2)=0 \to x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a} \to \frac{-(1-y)\pm\sqrt{\Delta}}{2\times1}$

$\Delta\geq0$, $(1-y)^2-4(y+2)\geq0$

$y^2-2y+1-8-4y\geq0 \to y^2-6y-7\geq0 \to (y-7)(y+1)$ $\begin{array}{ccccc} & -1 & & 7 & \\ + & 0 & - & 0 & + \end{array}$

$R_f=(-\infty,-1]\cup[7,+\infty)$

۲ (۲)

الف) $y=2x^2-5x+1$ $x_{min}=\frac{5}{4}$, $y_{min}=-\frac{17}{8}$ $R_f=[-\frac{17}{8},+\infty)$

ب) $y=\sqrt{-x^2+4x-5} \Rightarrow -x^2+4x-5 \to x_{min}=2$, $y_{min}=4$ $\sqrt{[0,4]}=R_f=[0,2]$

ج) $y=\sqrt{x^7-2x^3+4x+1}$ چند جمله‌ای درجه فرد $\Rightarrow \sqrt{R} \Rightarrow R_f=[0,+\infty)$

د) $\log(x^3-4x^2+7x+4)$ چند جمله‌ای درجه فرد $R_f=\mathbb{R}$

۳ (1/75)

الف) $y=\frac{3x+1}{2x-4} \Rightarrow 2xy-4y=3x+1 \to 2xy-3x=4y+1$, $x(2y-3)=(4y+1)$ $x=\frac{-(4y+1)}{-2y+3} \to y=\frac{-(4x+1)}{-2x+3}$ $R_f=\mathbb{R}-\{\frac{3}{2}\}$

ب) $y=\frac{\sqrt{4x+1}}{\sqrt{x-2}}$ $\boxed{R=[0,+\infty)-\{2\}}$ $-2y+yx=4x+1 \to x=\frac{-(1+2y)}{4-y} \to y\neq4$ $R=\mathbb{R}-\{4\}$

0/25   ج) $y=\frac{x^2+4}{\sqrt{x^2+3}}=\sqrt{x^2+3}+\frac{1}{\sqrt{x^2+3}} \to a+\frac{1}{a}=2/5$ $R=[2/5,+\infty)$ $min\,a=\sqrt{3} \to R_f=[\sqrt{3}+\frac{1}{\sqrt{3}},+\infty)$

د) $y=x^2+\frac{1}{x^2+4}+4-4 \Rightarrow x^2+4+\frac{1}{x^2+4}-4 \Rightarrow 4+\frac{1}{4}-4 \Rightarrow R_f=[\frac{1}{4},+\infty)$

۴ (۲)

$y=\frac{3x^2+4}{x^2-1}$

روش اول $\to yx^2-y=3x^2+4$

$x^2=\frac{y+4}{y-3} \to x=\pm\sqrt{\frac{y+4}{y-3}}$ $\begin{array}{ccccc} & -4 & & 3 & \\ + & & - & & + \end{array}$

$R=(-\infty,-4]\cup(3,+\infty)$

$y=\frac{3x^2+4}{x^2-1}$

روش دوم $\to$ max $x^2\to+\infty\to y=3$

min $x^2\to0\to y=-4$

$x^2-1=0\to x=\pm1$

$R=(-\infty,-4]\cup(3,+\infty)$

۵ (۲)

$y=\frac{2\sin x-1}{\sin x+3}$

روش اول $\to y\sin x+3y=2\sin x-1$

$(y-2)\sin x=-1-3y \to \sin x=\frac{1+3y}{2-y}$ $R_f=[-\frac{3}{2},\frac{1}{4}]$

$\frac{1+3y-2+y}{2-y}\geq0 \to$ $\begin{array}{ccccc} & -\frac{3}{2} & & 2 & \\ - & 0 & + & & - \end{array}$

$1\geq\frac{3y+...}{...} \to$ $\begin{array}{ccccc} & \frac{1}{4} & & 2 & \\ - & 0 & + & 0 & - \end{array}$

$y=\frac{2\sin x-1}{\sin x+3}$

روش دوم $\to$ max $\sin x=1$ $\frac{2-1}{1+3}=\frac{1}{4}$

min $\sin x=-1$ $\frac{-2-1}{-1+3}=-\frac{3}{2}$

$3+\sin x\neq0$

$R_f=[-\frac{3}{2},\frac{1}{4}]$

$f(x)=\frac{x^2-x+\frac14}{x^2-x+1}$ مخرج $\neq 0$ $D_f=\mathbb{R}$

$yx^2-yx+y=x^2-x+\frac14$

$(1-y)x^2+(y-1)x+\frac14-y=0 \to x=\frac{-(y-1)\pm\sqrt{\Delta}}{2(1-y)}$ $\neq 0 \to y\neq 1$

$y\neq 1$ $R_f=[0,1]$

$R_f=[0,1)$

$\Delta\geq 0 \to (y-1)^2-4(\frac14-y)(1-y)\geq 0$

$-3y(y-1)\geq 0$

$0 \quad 1$: $- \; + \; -$ ۶ (۱/۷۵)

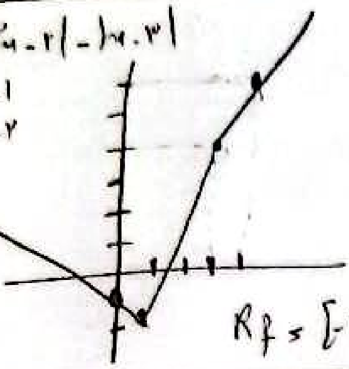
الف) $y=|2x-2|-|x-2|$

$x=0 \to -1$

$x=1 \to -2$

$x=3 \to 3$

$x=4 \to 4$



$R_f=[-2,+\infty)$

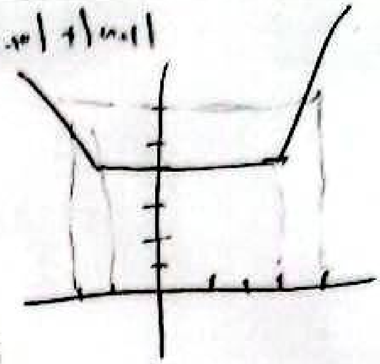
ب) $y=|x-3|+|x+1|$

$x=-2 \to y=6$

$x=-1 \to 4$

$x=3 \to 4$

$x=4 \to 6$



$R_f=[4,+\infty)$ ۷ (۲)

$|x-2|-|2x+2|\leq 1 \to |x-2|-|2x+2|\leq 1$

$y=|x-2|-2|x+1|$

$x=-2 \to 4-2\times1=2$

$x=-1 \to 3-2\times0=3$

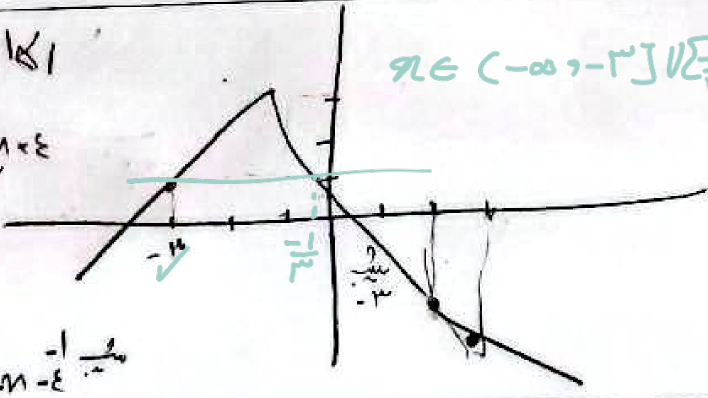
$x=2 \to 0-2\times3=-6$

$x=3 \to 1-2\times4=-7$

$y=-x+2+2x+2=x+4$ شیب $=1$

$y=-x+2-2x-2=-3x$ شیب -3

$y=x-2-2x-2=-x-4$ شیب -1

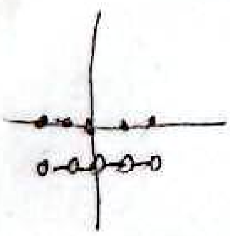


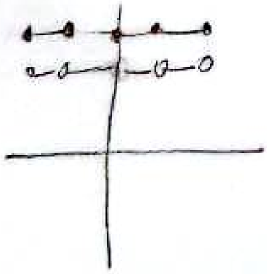
$x\in(-\infty,-3]\cup[-\frac13,+\infty)$ ۸ (۱/۵)

الف) $y=[x]+[3-x]$

$y=3+[x]+[-x]$

$R=\{2,3\}$





ب) $y=3x-[x]$

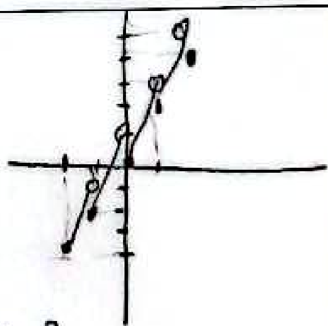
$-2\leq x<-1 \to y=3x+2$

$-1\leq x<0 \to y=3x+1$

$0\leq x<1 \to y=3x$

$1\leq x<2 \to y=3x-1$

$x\leq 2 \to y=3x-2$



$R_f=[-4,5)$ ۹ (۲)

الف) $y=\sin^2x-\sin x+1$

ماکزیمم $\to 1+1+1=3$

مینیمم $\to 1-(-1)+1=3$

$\frac{-b}{2a} \to (\frac12)^2-\frac12+1=\frac34$

$R_f=[\frac34,3]$

ب) $y=\sin^4x+\sin^2x+1$

ماکزیمم $\to 1+1+1=3$

مینیمم $\to 0+0+1=1$

$\frac{-b}{2a} \to$ غیرقابل قبول

$R_f=[1,3]$ ۱۰ (۲)