نام و نام خانوادگی ... پاسخنامه تشریحی شماره ۳۰ کلاس ... (۲۰)

۱ (۲)

$y = \frac{x^2+x+2}{x-1} \rightarrow yx - y = x^2+x+2 \rightarrow x^2+x-yx+y+2$

$x^2+x(1-y)+y+2$

$\rightarrow b^2-4ac \geq 0 \rightarrow (1-y)^2-(4\times(y+2)) \geq 0$

$\rightarrow 1+y^2-2y-4y-8 \geq 0 \rightarrow y^2-6y-7 \geq 0$

$(y-7)(y+1) \geq 0$ — جدول تعیین علامت: -1 ، 7 : $+$ ، $-$ ، $+$

$\rightarrow (-\infty, -1] \cup [7, +\infty) = R_f$

۲ (۲)

الف) $y = 2x^2 - 5x + 1$

$\frac{-\Delta}{4a} \rightarrow \frac{-b^2+4ac}{4a}$

$\frac{-25+8}{8} = \frac{-17}{8}$

چون ضریب x^2 مثبت است پس برد می‌شود $[-\frac{17}{8}, +\infty)$ جواب

ب) $y = \sqrt{-x^2+6x-5}$

$\frac{-\Delta}{4a} \rightarrow \frac{-b^2+4ac}{4a}$

$\frac{-36+20}{-4} = \frac{-16}{-4} = 4$

چون ضریب x^2 منفی است بدون در نظر گرفتن رادیکال $(-\infty, 4]$ با در نظر گرفتن رادیکال می‌شود $[0, 2]$ جواب

ج) $\sqrt{x^5-3x^2+4x+1}$

چون بزرگترین توان فرد است بدون در نظر گرفتن رادیکال برد R است و حال با وجود رادیکال برد می‌شود

$R_f = [0, +\infty)$

د) $\log(x^5-4x^3+7x+4)$

$R_f = (-\infty, +\infty) = R$

اگر از R لگاریتم بگیریم داریم:

$\rightarrow (-\infty, +\infty)$

۳ (۲)

الف) تابع هموگرافیک برد تابع هموگرافیک R بجز مجانب افقی

مجانب افقی $= \frac{3}{2}$

$R - \{\frac{3}{2}\} = R_f$

ب) تابع هموگرافیک است فقط چون زیر رادیکال است باید جذر بگیریم

$[0, +\infty) - \{2\} = R_f$

ج) $y = \frac{x^2+4}{\sqrt{x^2+3}}$

$\rightarrow \frac{x^2+3+1}{\sqrt{x^2+3}} = \sqrt{x^2+3} + \frac{1}{\sqrt{x^2+3}}$

$\sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$

$R_f = [\frac{4\sqrt{3}}{3}, +\infty)$

د) $x^2 + \frac{1}{x^2+4}$

$\rightarrow x^2+4+\frac{1}{x^2+4} - 4$

$a + \frac{1}{a},\ a > 0,\ a \neq 1$

$R_f = [\frac{1}{4}, +\infty)$

پس کمترین میزان a برابر ۴ است

$x^2+4=4 \rightarrow x^2=0$

۴ (۲)

روش اصلی: $yx^2 - y = 3x^2+4$

$yx^2 - 3x^2 = 4+y$

$x^2(y-3) = 4+y$

$x^2 = \frac{4+y}{y-3}$

$\Rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{4+y}{y-3}} \Rightarrow \frac{y+4}{y-3} \geq 0$ — جدول: -4 ، 3 : $+$ ، $-$ ، $+$

$\Rightarrow R_f = (-\infty, -4] \cup (3, +\infty)$

روش تکمیلی: $y = \frac{3x^2+4}{x^2-1}$

$\xrightarrow{min} x^2 = 0 \rightarrow \frac{4}{-1} = -4$

$\xrightarrow{max} x^2 = +\infty \rightarrow 3$

$\rightarrow R_f = (-\infty, -4) \cup (3, +\infty)$

۵ (۲)

روش اصلی

$y = \frac{2\sin x - 1}{\sin x + 3} \rightarrow$ اصلی: $y\sin x + 3y = 2\sin x - 1$

$\sin x(y-2) = -3y-1 \rightarrow \sin x = \frac{3y+1}{2-y}$

$-1 \leq \frac{3y+1}{2-y} \leq 1$

1) $-2+y \leq 3y+1 \rightarrow -3 \leq 2y \rightarrow y \geq -\frac{3}{2}$

2) $3y+1 \leq 2-y \rightarrow 4y \leq 1 \rightarrow y \leq \frac{1}{4}$

$R_f = [-\frac{3}{2}, \frac{1}{4}]$

روش تکمیلی

$y = \frac{2\sin x - 1}{\sin x + 3} \rightarrow min = -1 \rightarrow -\frac{3}{2}$, $max = 1 \rightarrow \frac{1}{4}$

$\sin x \neq -3$

$R_f = [-\frac{3}{2}, \frac{1}{4}]$

Scanned with CamScanner

$\frac{x^2-x+\frac14}{x^2-x+1}$ $\quad D_f \to x^2-x+1\neq 0 \to D_f=\mathbb{R}$ $\quad \Delta<0$ [illegible]

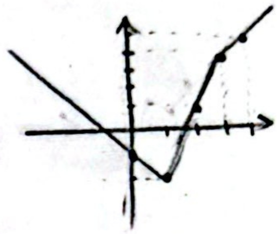
$\frac{x^2-x+\frac14}{x^2-x+1} \to \frac{(x-\frac12)^2}{(x-\frac12)^2+\frac34}=y \to y(x-\frac12)^2+\frac34 y=(x-\frac12)^2$

$\to (y-1)(x-\frac12)^2=-\frac34 y \to (x-\frac12)^2=\frac{\frac34 y}{1-y}$

$\frac{3y}{4-4y}\geq 0 \to R_f=[0,1)$ ۶

الف) $|2x-2|-|x-3|$

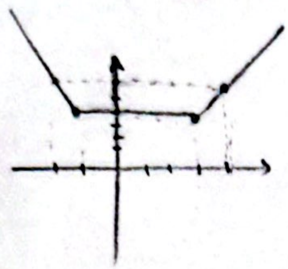
ریشه‌ها درون قدر مطلق را که می‌شود قبل و بعد آن را می‌دهیم و سپس شکلش را رسم می‌کنیم



x	0	1	2	3	4
y	-1	-2	1	4	5

$R_f=[-2,+\infty)$

ب) $|x-3|+|x+1|$



$R=[4,+\infty)$ ۷

$|x-2|-|2x+2|\leq 1$

(نقاط مرزی: -1 و 2)

- $2-x+2x+2\leq 1$, $x+4\leq 1$, اشتراک $\{x\leq -3,\ x\leq -1\}$ → $x\leq -3$
- $2-x-2x-2\leq 1$, $-3x\leq 1$, $x\geq -\frac13$ → $-\frac13\leq x<2$; $-1\leq x<-\frac13$ رد ع
- $x-2-2x-2\leq 1$, $-x\leq 5$, اشتراک $\{x\geq -5,\ x\geq 2\}$ → $x\geq 2$

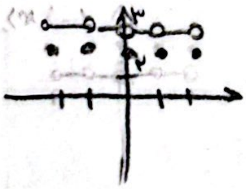
$\longrightarrow (-\infty,-3]\cup[\frac13,+\infty)$ ۸

الف) $y=[x]+[3-x]$

$\to [x]+3+[-x] \to y=[x]+[-x]+3$

$x\in\mathbb{Z}=3$

$x\notin\mathbb{Z}=2$



$R_f=\{2,3\}$

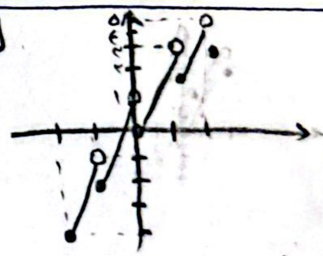
ب) $3x-[x]$

$\to -2\leq x<-1$: $3x+2$

$\to -1\leq x<0$: $3x+1$

$\to 0\leq x<1$: $3x$

$\to 1\leq x<2$: $3x-1$



$R_f=[-4,5)$ ۹

$\to x=2 \quad 6-2=4$

الف) $y=\sin^2x-\sin x+1$

min: $\sin x=-1 \to 1+1+1=3$

max: $\sin x=1 \to 1-1+1=1$

$\frac{-b}{2a}$: $\sin x=\frac12 \to \frac14-\frac24+\frac44=\frac34$

$R_f=[\frac34,3]$

ب) $y=\sin^4x+\sin^2x+1$

min: $\sin^2x=0 \to 0+0+1=1$

max: $\sin^2x=1 \to 1+1+1=3$ ۱۰

$\frac{-b}{2a}$: $\sin^2x=-\frac12$ غ ق ق

$R_f=[1,3]$