میسا رضایی :

۱۹,۷۵

۱)

۲

$$y=\frac{x^2+x+2}{x-1} \longrightarrow yx-y=x^2+x+2 \longrightarrow \underbrace{1}_{a}x^2+x\underbrace{(1-y)}_{b}+\underbrace{2+y}_{c}=0$$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a} \longrightarrow x=\frac{-(1-y)\pm\sqrt{(1-y)^2-4(2+y)}}{2} \longrightarrow \Delta\geq 0 \longrightarrow (1-y)^2-4(2+y)\geq 0$$

$$y^2-2y+1-8-4y\geq 0$$

$$\longrightarrow y^2-6y-7\geq 0 \qquad \begin{array}{ccc} & -1 & 7 \\ + & - & + \end{array} \longrightarrow R_f=(-\infty,-1]\cup[7,\infty)$$

ریشه‌ها: -1 ، 7

۲) ۲

الف) $2x^2-5x+1=y \xrightarrow{\text{min تابع}} \frac{-\Delta}{4a}=\frac{-(25-8)}{8}=\frac{-17}{8} \longrightarrow R_f=[-\frac{17}{8},\infty)$

ب) برد زیر رادیکال $\longrightarrow -x^2+6x-5 \xrightarrow{\text{Max تابع}} =\frac{-\Delta}{4a}=\frac{-(36-20)}{-4}=\frac{16}{4}=4 \xrightarrow{\text{برد تابع}} \sqrt{(-\infty,4]} \longrightarrow [0,2]$

ج) برد تابع فرد R است $\longrightarrow \sqrt{R}=[0,\infty)$

د) برد تابع فرد R است $\longrightarrow (-\infty,+\infty)$

۳) ۲

الف) تابع هموگرافیک است $\longrightarrow R-\{\frac{a}{c}\} \longrightarrow R-\{\frac{3}{2}\}$

ب) برد زیر رادیکال $\longrightarrow R-\{4\} \xrightarrow{\text{برد تابع}} [0,\infty)-\{2\}$

ج) $\frac{x^2+3+1}{\sqrt{x^2+3}}=\frac{x^2+3}{\sqrt{x^2+3}}+\frac{1}{\sqrt{x^2+3}}=\underbrace{\sqrt{x^2+3}}_{t}+\frac{1}{\sqrt{x^2+3}} \xrightarrow[\text{برابر } \sqrt{3} \text{ است}]{\text{کمترین مقدار } t} R_f=[\frac{10\sqrt{3}}{3},\infty)$

$[\sqrt{3}+\frac{1}{\sqrt{3}},+\infty)$

د) $x^2+4+\frac{1}{x^2+4}-4 \xrightarrow[\text{۴ است}]{\text{کمترین مقدار } t} x^2+4+\frac{1}{x^2+4}\geq\frac{17}{4} \xrightarrow{-4} x^2+\frac{1}{x^2+4}\geq\frac{1}{4}$

$R_f=[\frac{1}{4},\infty)$

۴) ۲

روش اصلی $= x^2=-\frac{-y-4}{+y-3} \longrightarrow x^2=+\frac{y+4}{y-3} \longrightarrow x=\sqrt{\frac{y+4}{y-3}} \longrightarrow \frac{y+4}{y-3}\geq 0 \qquad \begin{array}{ccc} & -4 & 3 \\ + & - & + \end{array}$

تذکر ۲ = ۲ سر x ها یعنی ۰ و بی‌نهایت را به تابع می‌دهیم $\longrightarrow \begin{array}{l} 0\longrightarrow -4 \\ \infty\longrightarrow 3 \text{ (سرباز)} \end{array} \xrightarrow[\text{۰ شود}]{\text{فرم می‌تواند}} R_f=(-\infty,-4]\cup(3,\infty)$

۵) ۲

روش اصلی => $\sin x = -\dfrac{3y+1}{y-2} \to \sin x = \dfrac{3y+1}{2-y} \to -1 \le \overbrace{\underbrace{\dfrac{3y+1}{2-y}}_{1}}^{2} \le 1$

بین ۱ و ۱-

۱ → $\dfrac{3y+1}{2-y}+1 \ge 0 \to \dfrac{2y+3}{2-y} \ge 0 \to$ $-\frac{3}{2}$ ، ۲ : - + - $\to [-\frac{3}{2}, 2)$

۲ → $\dfrac{3y+1}{2-y}-1 \le 0 \to \dfrac{4y-1}{2-y} \le 0 \to$ $\frac{1}{4}$ ، ۲ : + + - $\to (-\infty, \frac{1}{4}] \cup (2, \infty)$

$\xrightarrow{\cap} [-\frac{3}{2}, \frac{1}{4}]$

تذکر۲ => sin x ۲ سر یعنی اول ۱ را می‌دهیم → ۱ → $\frac{1}{4}$ ، ۱- → $-\frac{3}{2}$ $\xrightarrow{\text{مخرج صفر نمی‌شود}} [-\frac{3}{2}, \frac{1}{4}]$

۶- ۲

برای به دست آوردن دامنه فقط شرط مخرج ≠ ۰ را داریم → $x^2 - x + 1 \ne 0 \to \Delta < 0 \to$ همواره عبارت بزرگتر از صفر است $\to D_f = \mathbb{R}$

$x^2 - x = t \to \dfrac{t+\frac{1}{4}}{t+1}$ → $t = \infty \to y = 1$ ، $t = -\frac{1}{4} \to y = 0$ $\xrightarrow{\text{مخرج صفر نمی‌شود}} [0, 1)$

$\min t = \dfrac{-\Delta}{4a} = \dfrac{-1}{4}$

۷- ۴

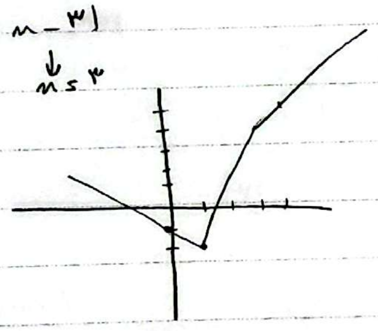
الف) $y = |2x-2| - |x-3|$ ، $x = 1$ ، $x = 3$

$x = 0 \to y = -1$

$x = 1 \to y = -2$

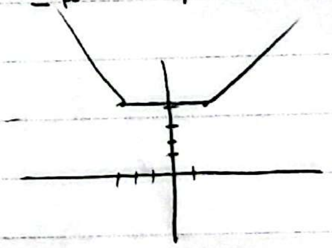
$x = 3 \to y = 4$

$x = 4 \to y = 5$



$R_f = [-2, \infty)$

ب) $y = |x+3| + |x-1| \to$ سینی ، -3 ، 1



$R_f = [4, \infty)$

۸) ۱/۷۵

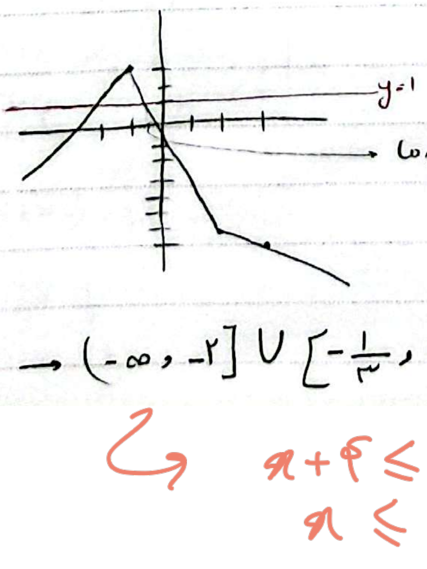
$|x-2| - |2x+2| \le 1$ ، ۲ ، ۱-

$x = 3 \to y = -7$

$x = 2 \to y = -6$

$x = -1 \to y = 3$

$x = -2 \to y = 2$



بین نقطه‌ها → $-x + 2 - 2x - 2 = 1$

$-3x = 1 \to x = -\frac{1}{3}$

جواب → $(-\infty, -2] \cup [-\frac{1}{3}, \infty)$

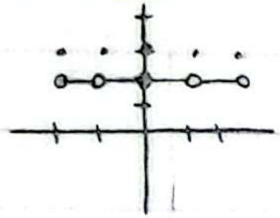
$x + 4 \le 1$

$x \le -3$

CamScanner

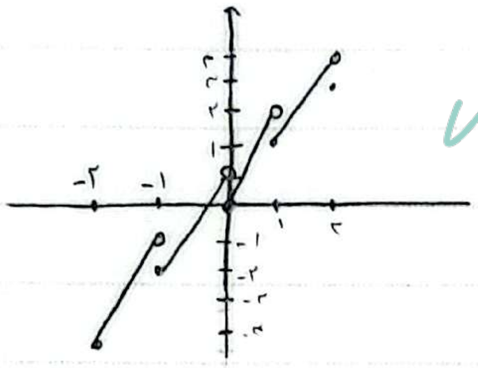
(۹

الف) $y=[x]+[-x]+۳$



$R_f=\{۲,۳\}$

ب) $۳x-[x]$



$x \to [-۲,-۱) \to y=۳x+۲$

$x \to [-۱,۰) \to y=۳x+۱$

$x \to [۰,۱) \to y=۳x$

$x \to [۱,۲) \to y=۳x-۱$

$x \to ۲ \to y=۴$

(۱۰

الف) $\sin^۲ x-\sin x+۱$

$\xrightarrow{Max} y=۱$

$\xrightarrow{Min} y=۳$

$\xrightarrow{-\frac{b}{۲a}=+\frac{۱}{۲}} y=\frac{۳}{۴}$

$\longrightarrow R_f=[\frac{۳}{۴},۳]$

$\frac{۱}{۴}$

ب) $\sin^۴ x+\sin^۲ x+۱$

$\xrightarrow{Max} y=۳$

$\xrightarrow{Min} y=۱$

$\xrightarrow{-\frac{b}{۲a}=-\frac{۱}{۲}}$ غ ق ق

$\longrightarrow R_f=[۱,۳]$