مسا رضایی :

۱) $y = \frac{x^2+x+2}{x-1} \longrightarrow yx - y = x^2 + x + 2 \longrightarrow \underbrace{1}_{a}x^2 + x\underbrace{(1-y)}_{b} + \underbrace{2+y}_{c} = 0$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \longrightarrow x = \frac{-(1-y) \pm \sqrt{(1-y)^2 - 4(2+y)}}{2} \longrightarrow \Delta \geq 0 \longrightarrow (1-y)^2 - 4(2+y) \geqslant 0$

$y^2 - 2y + 1 - 8 - 4y \geqslant 0$

$\longrightarrow y^2 - 6y - 7 \geqslant 0$ $\qquad$ $\frac{-1 \quad 7}{+ \quad 0 \quad -}$ $\longrightarrow R_f = (-\infty, -1] \cup [7, \infty)$

ریشه‌ها: -1 ، 7

۲)

الف) $2x^2 - 5x + 1 = y \xrightarrow{\text{min تابع}} \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-(25-8)}{8} = \frac{-17}{8} \longrightarrow R_f = [-\frac{17}{8}, \infty)$

ب) برد نیز دامنه‌ها $\longrightarrow -x^2 + 6x - 5 \xrightarrow{\text{Max تابع}} = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-(36-20)}{-4} = \frac{16}{4} = 4$ برد تابع $\sqrt{(-\infty, 4]} \longrightarrow [0, 2]$

ج) برد توابع فرد R است $\longrightarrow \sqrt{R} = [0, \infty)$

د) برد توابع فرد R است $\longrightarrow (-\infty, +\infty)$

۳)

الف) تابع هموگرافیک است $\longrightarrow R - \{\frac{a}{c}\} \longrightarrow R - \{\frac{3}{2}\}$

ب) برد نیز دامنه‌ها $\longrightarrow R - \{4\} \xrightarrow{\text{برد تابع}} [0, \infty) - \{4\}$

ج) $\frac{x^2+3+1}{\sqrt{x^2+3}} = \frac{x^2+3}{\sqrt{x^2+3}} + \frac{1}{\sqrt{x^2+3}} = \underbrace{\sqrt{x^2+3}}_{t} + \frac{1}{\sqrt{x^2+3}} \xrightarrow{\text{کمترین مقدار } t \text{ برابر } \sqrt{3} \text{ است}} R_f = [\frac{10\sqrt{3}}{3}, \infty)$

د) $x^2 + 4 + \frac{1}{x^2+4} - 4 \xrightarrow{\text{کمترین مقدار } t \text{ است}} x^2 + 4 + \frac{1}{x^2+4} \geqslant \frac{17}{4} \xrightarrow{-4} x^2 + \frac{1}{x^2+4} \geqslant \frac{1}{4}$

$R_f = [\frac{1}{4}, \infty)$

۴) روش اصلی $= x^2 = -\frac{-y-4}{+y-3} \longrightarrow x^2 = +\frac{y+4}{y-3} \longrightarrow x = \sqrt{\frac{y+4}{y-3}} \longrightarrow \frac{y+4}{y-3} \geqslant 0$ $\qquad$ $\frac{-4 \quad 3}{+ \quad 0 \quad - \quad \| \quad +}$

تذکر ۲ $=$ ۲ سر x بی ۰ و بی ∞ را به تابع می دهیم $\longrightarrow$ $0 \longrightarrow -4$ ، $\infty \longrightarrow 3$ (سر باز) $\xrightarrow{\text{قرمز می‌ماند}}$ $R_f = (-\infty, -4] \cup (3, \infty)$

۵

روش اصلی $\Rightarrow \sin x = -\frac{3y+1}{y-2} \rightarrow \sin x = \frac{3y+1}{2-y} \rightarrow -1 \leq \frac{3y+1}{2-y} \leq 1$

$1 \rightarrow \frac{3y+1}{2-y} + 1 \geq 0 \rightarrow \frac{3y+3}{2-y} \geq 0 \rightarrow \frac{-\frac{3}{3} \quad 2}{- \quad + \quad -} \rightarrow [-\frac{3}{3}, 2)$

$2 \rightarrow \frac{3y+1}{2-y} - 1 \leq 0 \rightarrow \frac{4y-1}{2-y} \leq 0 \rightarrow \frac{\frac{1}{4} \quad 2}{+ \quad + \quad -} \rightarrow (-\infty, \frac{1}{4}] \cup (2, \infty)$

$\cap \rightarrow [-\frac{3}{3}, \frac{1}{4}]$

تذکر ۲ $\Rightarrow$ ۲ سر sin یعنی اول و دوم

$1 \rightarrow \frac{1}{4}$

$-1 \rightarrow -\frac{3}{2}$

مخرج نباید صفر شود $\rightarrow [-\frac{3}{2}, \frac{1}{4}]$

۶-

برای برقرار بودن دامنه فقط شرط مخرج $\neq 0$ را داریم

$\rightarrow x^2 - x + 1 \neq 0 \rightarrow \Delta < 0 \rightarrow$ همواره عبارت بزرگتر از صفر است $\rightarrow D_f = R$

$x^2 - x = t \rightarrow \frac{t + \frac{1}{4}}{t+1}$ $\begin{cases} t = \infty \rightarrow y = 1 \\ t = -\frac{1}{4} \rightarrow y = 0 \end{cases}$ مخرج صفر نباید شود $\rightarrow [0, 1)$

$\min t = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-1}{4}$

۷-

الف) $y = |2x-2| - |x-3|$

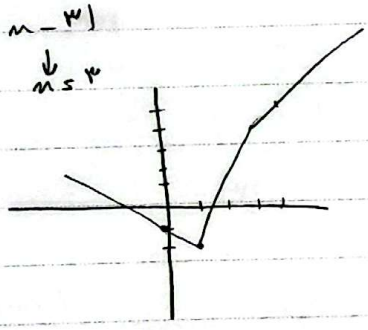
$x = 1$, $x = 3$

$x = 0 \rightarrow y = -1$

$x = 1 \rightarrow y = -2$

$x = 3 \rightarrow y = 4$

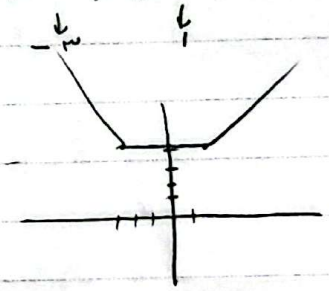
$x = 4 \rightarrow y = 5$



$R_f = [-2, \infty)$

ب) $y = |x+3| + |x-1|$ یعنی $\rightarrow$

-3 , 1



$R_f = [4, \infty)$

۸)

$|x-2| - |2x+2| \leq 1$

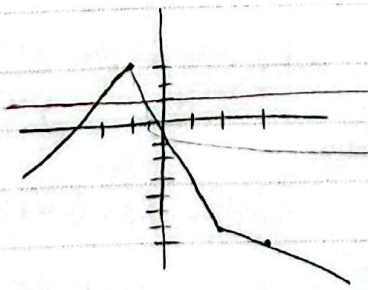
2 , -1

$x = 3 \rightarrow y = -7$

$x = 2 \rightarrow y = -4$

$x = -1 \rightarrow y = 3$

$x = -2 \rightarrow y = 2$



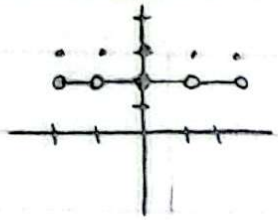
بین ۲ تا $\rightarrow -x + 2 - 2x - 2 = 1$

$-3x = 1 \rightarrow x = -\frac{1}{3}$

جواب $\rightarrow (-\infty, -2] \cup [-\frac{1}{3}, \infty)$

(٩

الف) $y = [x] + [-x] + ٣$



$R_f = \{٢, ٣\}$

ب) $٣x - [x]$

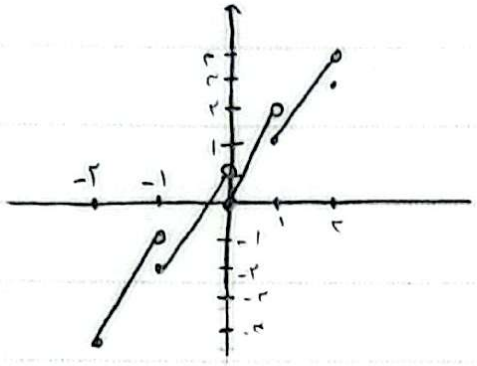
$x \to [-٢, -١) \to y = ٣x + ٢$

$x \to [-١, ٠) \to y = ٣x + ١$

$x \to [٠, ١) \to y = ٣x$

$x \to [١, ٢) \to y = ٣x - ١$

$x \to ٢ \to y = ٤$



(١٠

الف) $\sin^٢ x - \sin x + ١$

Max $\to y = ١$

Min $\to y = ٣$

$-\frac{b}{٢a} = \frac{+١}{٢} \to y = \frac{٣}{٤}$

$\to R_f = [\frac{٣}{٤}, ٣]$

$\frac{١}{٤}$

ب) $\sin^{٤} x + \sin^{٢} x + ١$

Max $\to y = ٣$

Min $\to y = ١$

$-\frac{b}{٢a} = -\frac{١}{٢}$ غ ق ق

$\to R_f = [١, ٣]$