نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..... کلاس .....

سؤال ①

$y=\frac{x^2+x+2}{x-1}$, $D_y=?$

$yx-y=x^2+x+2 \Rightarrow x^2+x-yx+2+y=0$

$\Rightarrow x^2+(1-y)x+2+y=0$

$x=\frac{-(1-y)\pm\sqrt{\Delta}}{2}$

$\Delta\geq 0$

$\Rightarrow (1-y)^2-4(2+y)\geq 0$

$1+y^2-2y-4y-8\geq 0$

$y^2-4y-5\geq 0$

$(y-5)(y+1)$

$y=5,-1$

	-1		5	
	+	-		+

$R_y=(-\infty,-1]\cup[5,+\infty)$

سؤال ②

الف) $y=2x^2-5x+1$ (سؤال ۲ خرداد ۹۳)

$x_{(min)}=\frac{-b}{2a}\Rightarrow\frac{5}{4}$

$y=2(\frac{5}{4})^2-5(\frac{5}{4})+1$

$y=\frac{25}{16}-\frac{25}{4}+1=\frac{25-50+16}{16}=\frac{-9}{16}$

$R_y=[\frac{-9}{16},+\infty)$

(سؤال ② خرداد ۹۳ الف)

ب) $y=\sqrt{-x^2+4x-5}\Rightarrow a<0$

$x_{(max)}=\frac{-4}{-2}=2$

$y'=-4+8-5=-1$ $\xrightarrow{R_{y'}}(-\infty,-1]$ اعداد زوج

$\Rightarrow R_y=[0,2]$

(سؤال ② خرداد ۹۳ ب)

سؤال ③

ب) $y=\sqrt{\frac{4x+1}{x-2}}\Rightarrow$ مخرج >0 و $x\neq 2\Rightarrow R_y=[0,+\infty)-\{1\}$

(سؤال ③ خرداد ۹۳ ب)

ج) $y=\frac{x^2+4}{x^2+3}\Rightarrow x^2+3\neq 0$ (همیشه)

تقسیم بر x^2+3

$\frac{x^2+3}{\sqrt{x^2+3}\sqrt{x^2+3}}+\frac{1}{\sqrt{x^2+3}\sqrt{x^2+3}}=\frac{\sqrt{x^2+3}}{\sqrt{x^2+3}}+\frac{1}{\sqrt{x^2+3}\sqrt{x^2+3}}$

a بستن $\sqrt{3}\Rightarrow\sqrt{3}+\frac{1}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{3}\Rightarrow R_y=[\frac{4\sqrt{3}}{3},+\infty)$

(سؤال ③ خرداد ۹۴)

د) $y=x^2+\frac{1}{x^2+4}$

$y=x^2+4+\frac{1}{x^2+4}-4$

$R_{y'}=[4,+\infty)$

$R_y=[0,+\infty)$

(سؤال ③ خرداد ۹۳ د)

سؤال ④

ج) $y=\sqrt{x^3-3x^2+4x+1}$

مدام فرد زیر رادیکال مثبت

$\Rightarrow R_y=[0,+\infty)$

(سؤال ④ خرداد ۹۴ ج)

د) $y=\ln(x^3-6x^2+12x+8)$

$R\cdot R$

$R_y=(-\infty,+\infty)$

(سؤال ④ خرداد ۹۴ د)

الف) $y=\frac{3x+1}{2x-y}$

$2xy-y^2=3x+1$

$2xy-3x=y^2+1$

$\Rightarrow x(2y-3)=y^2+1$

$\Rightarrow x=\frac{y^2+1}{2y-3}\Rightarrow R_y=R-\{\frac{3}{2}\}$

(سؤال ③ خرداد ۹۴ الف)

$y=\frac{3x^2+4}{x^2-1}$

$\Rightarrow yx^2-y=3x^2+4$

$\Rightarrow 3x^2-yx^2+4+y=0$

$x^2(3-y)+4+y=0$

$x^2=\frac{-4-y}{3-y}$

$\Rightarrow x=\pm\sqrt{\frac{-4-y}{3-y}}$

	-4		3	
	+	-		+

$R_y=(-\infty,-4]\cup(3,+\infty)$

$0\leq x^2\leq+\infty$

$y=\frac{3x^2+4}{x^2-1}$

$x=0\Rightarrow -4$

$x=+\infty\rightarrow 3$

۴

سوال ۳ خودت ب

ب) $y=\frac{x^2+4}{x-2}$ تقلیل $\frac{x^2+3}{\sqrt{x^2+3}}+\frac{1}{\sqrt{x^2+3}}\cdot\frac{\sqrt{x^2+3}}{a}+\frac{1}{\sqrt{x^2+3}}$

x^2+3 ، x^2+4 ، x^2+3 ، $\sqrt{3}$ ، $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ ، $\frac{1}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow Ry=[\frac{4\sqrt{3}}{3},+\infty)$

سوال ۳ خودت ج

ج) $y=x^2+\frac{1}{x^2+4}$ $\rightarrow Ry'=[4,+\infty)$

$y=(x^2+4+\frac{1}{x^2+4})-4 \rightarrow Ry=[0,+\infty)$

سوال ۳ خودت د

سوال ۲ خودت ب

ب) $y=\sqrt{-2x^2+4x-5}$ $\rightarrow a<0$

$x_{max}=\frac{-4}{-2}=2$

$y'=-4+8-5=-1 \xrightarrow{Ry'}(-\infty,4]$

اعمال رادیکال

$\Rightarrow Ry=[0,4]$

سوال ۲ خودت ج

ج) $y=\sqrt{x^4-4x^3+4x+1}$

مدتفرد $\Rightarrow Ry=[0,+\infty)$

زیررادیکال زیر زوج

سوال ۲ خودت د

د) $y=(x^3-4x^2+4x+4)$

$R\cdot R$ (سوال ۲ خودت د)

$\Rightarrow Ry=(-\infty,+\infty)$

الف) $y=\frac{3x+1}{2x-y}$

$2xy-y^2=3x+1$

$2xy-3x=y^2+1$

$\Rightarrow x(2y-3)=y^2+1$

$\Rightarrow x=\frac{y^2+1}{2y-3} \Rightarrow Ry=R-\{\frac{3}{2}\}$

سوال ۳ خودت الف

۴

$y=\frac{3x^2+4}{x^2-1}$

$\Rightarrow yx^2-y=3x^2+4$

$\Rightarrow 3x^2-yx^2+4+y=0$

$x^2(3-y)+4+y=0$

$x^2=\frac{-4-y}{3-y}$

$\Rightarrow x=\pm\sqrt{\frac{-4-y}{3-y}}$

-4 ، 3 ، $+$ ، $-$ ، $+$

$Ry=(-\infty,-4]\cup(3,+\infty)$

$0\leq x^2\leq+\infty$

$y=\frac{3x^2+4}{x^2-1}$

$x=0 \Rightarrow -4$

$x=+\infty \rightarrow 3$

مخرج در هست $x=\pm1$ نمیشود

$\Rightarrow Ry=(-\infty,-4]\cup(3,+\infty)$

۵

$y=\frac{2\sin x-1}{\sin x+3}$

$y\sin x+3y=2\sin x-1$

$\Rightarrow y\sin x-2\sin x=-3y-1$

$\Rightarrow \sin x(y-2)=-3y-1$

$\Rightarrow \sin x=\frac{-3y-1}{y-2}$

$-1\leq\sin x\leq1$

$\sin x=-1 \rightarrow y=\frac{-2-1}{2}=\frac{-3}{2}$

$\sin x=1 \rightarrow y=\frac{2-1}{4}=\frac{1}{4}$

مخرج قابل بسط

صورت نمیشود

کمترین حالت مخرج=۲

$\Rightarrow Ry=[\frac{-3}{2},\frac{1}{4}]$

$-1\leq\frac{-3y-1}{y-2}\leq1$

$y\neq2$

$-y+2\leq-3y-1 \Rightarrow y\geq\frac{-3}{2}$

$-3y-1\leq y-2 \Rightarrow y\geq\frac{1}{4}$

$\Rightarrow Ry=\frac{-3}{2}\leq y\leq\frac{1}{4}$

D_f ⟵ مخرج صفر نشود

$D_f = R$

مخرج کسر در $x = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}$ صفر می‌شود

$x^2 - x + 1$ دهمی min دارد ← همیشه مثبت

R_f ⟵

$y = \frac{x^2 - x + \frac{1}{4}}{x^2 - x + 1}$

$\Rightarrow yx^2 - xy + y = x^2 - x + \frac{1}{4}$

$\Rightarrow x^2 - yx^2 - x + xy + \frac{1}{4} - y = 0$

$\Rightarrow x^2(1-y) + x(y-1) + \frac{1}{4} - y = 0$

$\Delta \geq 0 \rightsquigarrow (y-1)^2 - 4(1-y)(\frac{1}{4}-y) \geq 0$

$y^2 + 1 - 2y - 4y + 4y^2 \geq 0 \rightsquigarrow 5y^2 - 6y \geq 0$

$x = \frac{-(y-1) \pm \sqrt{(y-1)^2 - 4(1-y)(\frac{1}{4}-y)}}{2(1-y)}$

$\Rightarrow y \neq 1$ II

$\Rightarrow$ I ∧ II ⋄ $[0,1) = R_f$ ⋄ $[0,1)$

الف) $y = |2x-2| - |x+3|$

$x < -3$	$-3 \leq x < 1$	$x \geq 1$
$2 - 2x + x + 3$	$+2x + 2 - 3 + x$	$2x - 2 - x + 3$
$-x - 1$	$3x - 5$	$x + 1$

$R_y = [-2, +\infty)$

ب) $y = |x-3| + |x+1|$

$x < -1$	$-1 \leq x < 3$	$x \geq 3$
$3 - x$	$3 - x + x + 1$	$x - 3 + x + 1$
$-x - 1$	4	$2x - 2$
$-2x + 2$		

$R_y = [4, +\infty)$

$y(-3y+3) \geq 0$

$\Rightarrow [0,1]$ (I)

$|x-2| - |2x+2| \geq 1$

$x < -1$	$-1 \leq x < 2$	$x \geq 2$
$2 - x + 2x + 2$	$x - 2 - 2x - 2$	$x - 2 - 2x - 2$
$x + 4$	$-3x - 4$	$-x - 4$

$(-\infty, -5] \cup [-\frac{1}{3}, +\infty)$

الف) $y = [x] + [3 - x]$

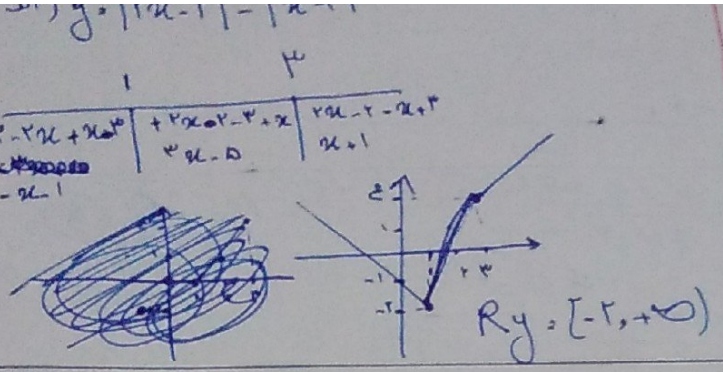
$-2 \leq x < -1 \rightsquigarrow 3 \geq y > 2$

$-1 \leq x < 0 \rightsquigarrow 3 > y \geq 2$

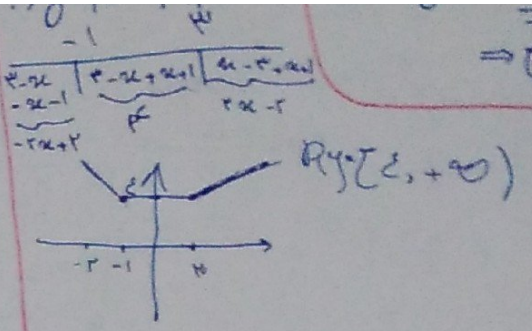
$y = 3x - [x]$

$-2 \leq x < -1 \rightsquigarrow -3 \geq y > -4$

$-1 \leq x < 0 \rightsquigarrow -2 \geq y > -3$



$R_y = [-2, +\infty)$



$R_y = [4, +\infty)$

۷

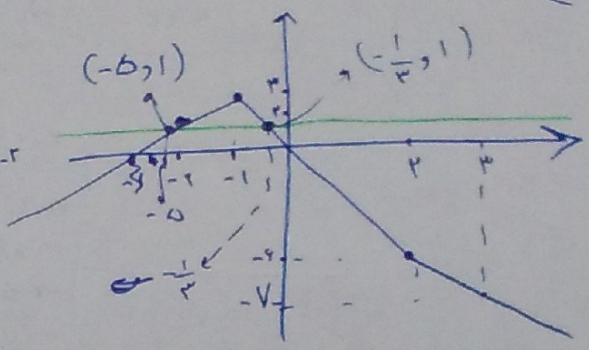
$|x-2| - |2x+2| \geq 1$

② ①

-1 $\quad$ 2

$-x+2x+2$	$-x-2x-2$	$x-2-2x-2$
$x+4$	$-3x$	$-x-4$

$(-\infty, -5] \cup [-\frac{1}{3}, +\infty)$



۸

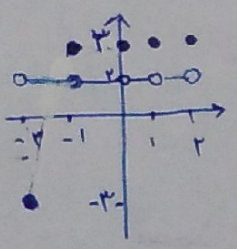
الف) $y = [x] + [3-x]$

$-2 \leq x < -1 \rightarrow -3 \geq y < 3$

$-1 \leq x < 0 \rightarrow 3 < y < 4$

$0 \leq x < 1 \rightarrow 3 \geq y < 3$

$1 \leq x < 2 \rightarrow 3 < y < 3$



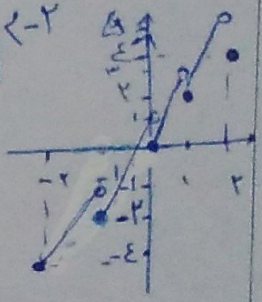
$y = 3x - [x]$

$-2 \leq x < -1 \rightarrow -4 \leq y < -2$

$-1 \leq x < 0 \rightarrow -2 \leq y < 0$

$0 \leq x < 1 \rightarrow 0 \leq y < 2$

$1 \leq x < 2 \rightarrow 2 \leq y < 4$



۹

الف) $y = \sin^2 x - \sin x + 1$

$-1 \leq \sin x \leq 1$

$\sin x = -1 \Rightarrow 1 + 1 + 1 = 3$

$\sin x = 1 \Rightarrow 1 - 1 + 1 = 1$

$\sin x = \frac{-(-1)}{2(1)} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow R_y = [\frac{1}{2}, 3]$

ب) $y = \sin^4 x + \sin^2 x + 1$

$0 \leq \sin^2 x \leq 1$

$\sin^2 x = 0 \Rightarrow 0 + 0 + 1 = 1$

$\sin^2 x = 1 \Rightarrow 1 + 1 + 1 = 3$

$\sin^2 x \neq \frac{-1}{2} \Rightarrow R_y = [1, 3]$

۱۰