

حلینا محمودی، تالیف شماره (۳)، نرود دوازدهم هجری

$$y^2 - y \leq n^2 + n + 1 \Rightarrow n^2 - y^2 + n + y + 1 \Rightarrow n^2 + (1-y)n + y + 1 \quad (1)$$

$$\Rightarrow n \leq \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow n \leq \frac{-1+y \pm \sqrt{(1-y)^2 - 4(y+1)}}{2} \Rightarrow \Delta \geq 0$$

$$\Rightarrow y^2 - 4y - 4 \geq 0 \Rightarrow (y-4)(y+1) \geq 0 \Rightarrow \begin{matrix} -1 & 4 \\ + & - & + \end{matrix}$$

$$\Rightarrow R_f = (-\infty, -1] \cup [4, +\infty) \leftarrow \text{جواب}$$

الف) $y = 2n^2 - 5n + 1 \xrightarrow{a > 0}$

$$n_{\min} \leq \frac{-b}{2a} = \frac{5}{4}$$

$$y_{\min} \leq \frac{4a^2d}{\Delta} - \frac{2d}{a} + 1 = \frac{-14}{4}$$

$$\Rightarrow R_f = \left[\frac{-14}{4}, +\infty \right)$$

ب) $y = \sqrt{-n^2 + 4n - 4} \xrightarrow{a < 0}$

$$n_{\min} \leq \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{-2} = 2$$

$$y_{\min} \leq -9 + 18 - 4 \leq 4 \Rightarrow R_f = \sqrt{(-\infty, 4]}$$

$$\Rightarrow [0, 2]$$

ج) $y = \sqrt{n^2 - 2n^2 + 4n + 1}$

$$\Rightarrow R_f = [0, +\infty)$$

نکته: تابع حید جمله اول است که نذر شدن توان آن فرد است
لذا نذر آن R می شود و باید ابطال باشد در هم.

د) $\log(n^2 - 4n^2 + 7n + 4)$

$$\Rightarrow R_f = (-\infty, +\infty)$$

نکته: نذر شدن توان فرد $\Rightarrow R$

۳: (الف) $y \leq \frac{3n+1}{2n-2} \Rightarrow ad \neq bc$ است $\Rightarrow$ $IR - \{\frac{3}{2}\}$ $\checkmark$

۱۱: (ب) $y \leq \sqrt{\frac{4n+1}{n-2}} \Rightarrow$ $R_f = IR - \{4\}$ $\checkmark$

۱۲: (ج) $y \leq \frac{n^2+4}{\sqrt{n^2+3}} \Rightarrow \frac{n^2+3+1}{\sqrt{n^2+3}} \Rightarrow \sqrt{n^2+3} + \frac{1}{\sqrt{n^2+3}}$

۱۳: در این سوال $a \neq 1$ می شود زیرا $a + \frac{1}{a} > 2$ $\Rightarrow a + \frac{1}{a} > 2$ $\Rightarrow a^2 - 2a + 1 < 0$ $\Rightarrow (a-1)^2 < 0$ $\Rightarrow a = 1$ $\checkmark$

۱۴: $\Rightarrow R_f = [\frac{4\sqrt{3}}{3}, +\infty)$ $\checkmark$

۱۵: $n^2 + \frac{1}{n^2+4} \rightarrow n^2 + \frac{1}{n^2+4} + 4 - 4$ $\Rightarrow R_f = [\frac{1}{4}, +\infty)$ $\checkmark$

۱۶: $a + \frac{1}{a} > 2$ $\Rightarrow a > 0$ $\Rightarrow a \neq 1$ $\Rightarrow$ $\frac{1}{a} > 2 - a$ $\Rightarrow \frac{1}{a} - 2 > -a$ $\Rightarrow \frac{1-a^2}{a} > -a$ $\Rightarrow \frac{1-a^2}{a} + a > 0$ $\Rightarrow \frac{1-a^2+a^2}{a} > 0$ $\Rightarrow \frac{1}{a} > 0$ $\Rightarrow a > 0$ $\checkmark$

$$y = \frac{3n^2 + 4}{n^2 - 1} \quad \text{روش اولی: } y n^2 - y = 3n^2 + 4$$

$$\Rightarrow \frac{3n^2 - y n^2}{n^2(3-y)} = -y - 4 \Rightarrow n^2 \pm \sqrt{\frac{-y-4}{3-y}} \geq 0 \quad \frac{-4}{3-y} \geq 0 \quad \checkmark$$

$$R_f \Rightarrow (-\infty, -4] \cup (3, +\infty) \quad \checkmark$$

⑤ روش دوم: $y = \frac{3n^2 + 4}{n^2 - 1} \rightarrow \min n^2 = 0 \Rightarrow \frac{4}{-1} = -4$
 $\rightarrow \max n^2 = \infty \Rightarrow \frac{3(\infty) + 4}{(\infty) - 1} \rightarrow 3$

$\frac{4}{-1} \rightarrow$ خارج صفر می شود $\Rightarrow n^2 = 1$
 $n^2 = 1 \Rightarrow R_f = (-\infty, -4] \cup (3, +\infty)$
 $\rightarrow$ خارج ② عدد

$$y = \frac{2 \sin n - 1}{\sin n + 3} \quad \text{روش اولی: } y \sin n + 3y = 2 \sin n - 1$$

$$\frac{y \sin n - 2 \sin n}{\sin n (y - 2)} = -3y - 1 \Rightarrow \sin n = \frac{-3y - 1}{y - 2} \quad -1 \leq \sin n \leq 1$$

$$\Rightarrow -1 \leq \frac{-3y - 1}{y - 2} \leq 1 \quad \rightarrow -3y - 1 \leq y - 2 \Rightarrow 1, 4y \Rightarrow y \geq \frac{1}{4}$$

$$-y + 2 \leq -3y - 1 \Rightarrow 3 \geq -2y \Rightarrow y \leq -\frac{3}{2} \quad \Rightarrow R_f = [-\frac{3}{2}, \frac{1}{4}]$$

روش دوم: $\sin$ کمترین مقدار $-1 \rightarrow \frac{2(-1) - 1}{-1 + 3} = \frac{-3}{2}$

$\sin$ بیشترین مقدار $+1 \rightarrow \frac{2(1) - 1}{1 + 3} = \frac{1}{4}$

$$\Rightarrow R_f = [-\frac{3}{2}, \frac{1}{4}] \quad \checkmark$$

خارج هم نمی تواند صفر بود
 زیرا $\sin n \neq -3$ پس بین دو
 عدد است.

$$f(n) = \frac{n^2 - n + 1}{n^2 - n + 1} \Rightarrow \text{مساوی} \Rightarrow \{ \text{مخرج} \} = \mathbb{R}$$

$$\Delta < 0 \Rightarrow \text{مخرج} < 0 \Rightarrow \Delta < 0 \Rightarrow P_f = \mathbb{R}$$

$$y n^2 - y n + y = n^2 - n + 1 \Rightarrow y n^2 - n^2 - y n + n + y - 1 = 0 \Rightarrow (y-1)n^2 + n(1-y) - 1 + y = 0$$

$$\Delta = 1 - 4(y-1)(y-1) = 1 - 4(y-1)^2$$

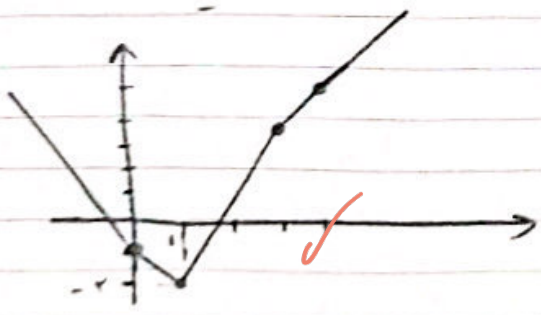
$$\Delta > 0 \Rightarrow y^2 - 2y + 1 - 4y^2 + 8y - 4 > 0 \Rightarrow -3y^2 + 6y - 3 > 0 \Rightarrow -3(y-1)^2 > 0$$

$$y(-y+1) > 0 \Rightarrow \frac{1}{-y+1} > 0 \Rightarrow [0, 1]$$

استان را به برای زمانی است که
مغایده در ۲ باشد پس ضریب n
منفی باشد

$$\Rightarrow R_f = [0, 1]$$

الف) $y = |2n - 2| - |n - 3|$
 $n \geq 3$

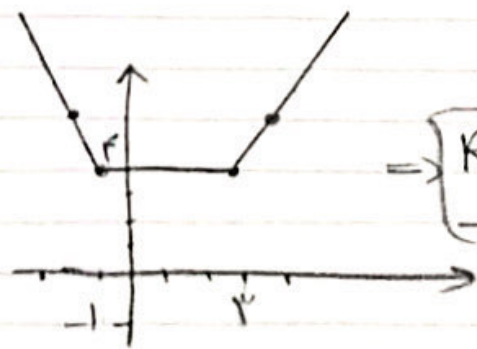


ب) به کمک رسم مثلث های ناقص
قد مطلق + یی بسته + یی بسته

$$\Rightarrow R_f = [-2, +\infty)$$

ب) $y = |n - 3| + |n + 1|$
 $n \geq 3$

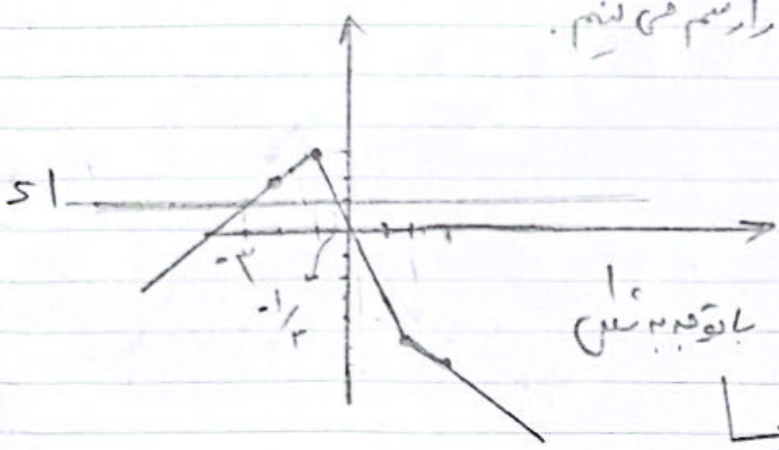
$$\begin{array}{ccc|ccc} 3 & & & 4 & & -2 \\ 4 & -1 & 4 & 4 & 4 \end{array}$$



$$\Rightarrow R_f = [4, +\infty)$$

$$|n-2| - |2n+2| \leq 1$$

۱) ابتدا از سمت چپ شروع می‌کنیم.



-2	3	-1	2
2	-7	3	-4
-3	-1/3	1	1

جواب: $\rightarrow R - (-3, -\frac{1}{3})$

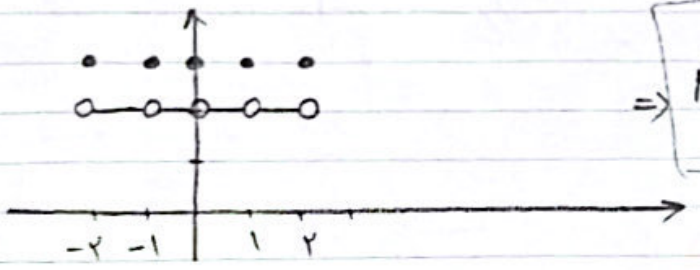
الف) $y = [x] + [3-x]$

$\rightarrow [x] + [-x] + 3$

$\notin \mathbb{Z} \rightarrow 2$ $\in \mathbb{Z} \rightarrow 3$

$\left. \begin{array}{l} \nearrow \in \mathbb{Z} = 3 \\ \searrow \notin \mathbb{Z} = 2 \end{array} \right\}$

۹: ۹



$\Rightarrow R_f = \{2, 3\}$

جواب

جواب

ب) $3x - [x] \xrightarrow{x=2} 4 - [2] = 2$

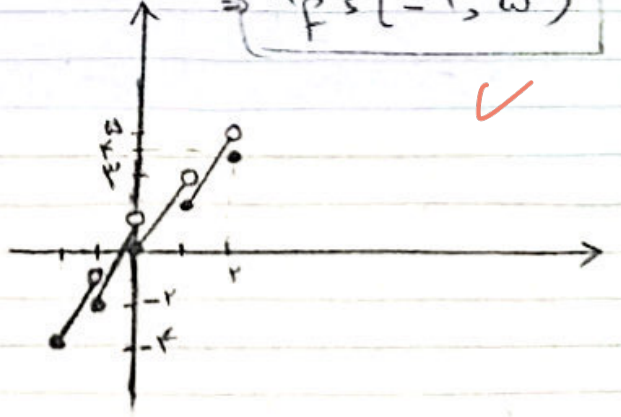
$\Rightarrow R_f = [-4, \infty)$

$-2 < x < -1 \Rightarrow [x] = -2 \Rightarrow 3x + 2$

$-1 \leq x < 0 \Rightarrow [x] = -1 \Rightarrow 3x + 1$

$0 \leq x < 1 \Rightarrow [x] = 0 \Rightarrow 3x$

$1 \leq x < 2 \Rightarrow [x] = 1 \Rightarrow 3x - 1$



۹. ۱۰

الف) $\sin^2 x - \sin x + 1$

$$\sin x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4} \Rightarrow R_f = \left[\frac{3}{4}, 3\right]$$

$$\sin x = 1 \rightarrow y = 1$$

$$\sin x = -1 \Rightarrow y = 3$$

ب) $\sin^2 x + \sin^2 x + 1$

$$\sin^2 x = 0 \rightarrow y = 1$$

$$\sin^2 x = 1 \rightarrow y = 3$$

$$\Rightarrow R_f = [1, 3]$$

$$\sin^2 x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \rightarrow \frac{-1}{2} \quad \text{ققق}$$

همیشه به خود اعتماد داشته باشید، اگر یک بار کاری را با موفقیت انجام داده باشید، باز هم می توانید.